

ТЕМАТИЧНИЙ РОЗПОДІЛ ВПРАВ

Тема	Номери вправ
Точки та прямі	1–3
Відрізок і його довжина	4 – 16
Промінь. Кут. Вимірювання кутів	17 – 34
Суміжні та вертикальні кути	35 – 48
Перпендикулярні прямі	49 – 53
Рівні трикутники	54 – 59
Перша та друга ознаки рівності трикутників	60 – 69
Рівнобедрений трикутник та його властивості	70 – 79
Ознаки рівнобедреного трикутника	80 – 84
Третя ознака рівності трикутників	85 – 88
Паралельні прямі	89 – 91
Ознаки паралельності двох прямих	92 – 96
Властивості паралельних прямих	97 – 103
Сума кутів трикутника	104 – 129
Прямокутний трикутник	130 – 138
Властивості прямокутного трикутника	139 – 148
Геометричне місце точок. Коло та круг	149 – 162
Деякі властивості кола. Дотична до кола	163 – 167
Описане та вписане кола трикутника	168 – 174
Задачі на побудову	175 – 185

ВІПРАВИ

Варіант 1

Точки та прямі

1. Перерисуйте в зошит рисунок 1. Через кожні дві позначені точки проведіть пряму. Запишіть усі отримані прямі.

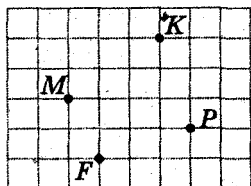


Рис. 1

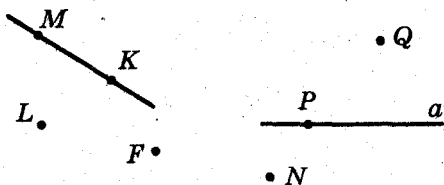


Рис. 2

2. Проведіть пряму та позначте на ній точки K , T і N . Запишіть усі можливі позначення цієї прямої.
3. Користуючись рисунком 2:
- 1) визначте, чи перетинаються прямі MK та a ;
 - 2) укажіть усі позначені точки, які належать прямій a ; прямій MK ;
 - 3) укажіть усі позначені точки, які не належать ні прямій a , ні прямій MK .

Відрізок і його довжина

4. Укажіть, які з точок, позначених на рисунку 3, лежать між двома іншими. Для кожної вказаної трійки точок запишіть рівність, яка випливає з основної властивості довжини відрізка.

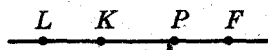
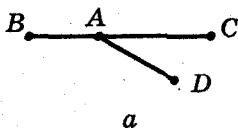
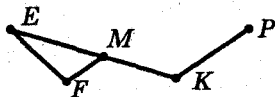


Рис. 3

5. Укажіть усі відрізки, зображені на рисунку 4.
6. Точка D лежить між точками K і F . Знайдіть:
- 1) відрізок KF , якщо $KD = 2,7$ см, $DF = 11,6$ см;
 - 2) відрізок FD , якщо $DK = \frac{5}{6}$ дм, $KF = 4$ дм.



a



б

Рис. 4

7. Чи лежить точка A між точками B і C , якщо $AB = 3,7$ см, $AC = 4,7$ см, $BC = 8,3$ см? Відповідь обґрунтуйте.
8. Точка M належить відрізку KE , довжина якого дорівнює 27 см. Знайдіть довжини відрізків MK і ME , якщо:
 - 1) відрізок MK на 7 см менший від відрізку ME ;
 - 2) відрізок MK у 2 рази більший за відрізок ME ;
 - 3) $MK : ME = 2 : 7$.
9. На прямій послідовно позначено точки A, B, C і D так, що $AC = 8$ см, $BC = 3$ см, $BD = 6$ см. Знайдіть відрізок AD .
10. Точка P лежить між точками M і F , точки E і N — середини відрізків MP і PF відповідно. Знайдіть довжину відрізка MF , якщо $EN = 4,7$ см.
11. Відрізок завдовжки 10 см поділили на чотири відрізки. Відстань між серединами середніх відрізків дорівнює 3 см. Знайдіть відстань між серединами крайніх відрізків.
12. На прямій послідовно позначили точки A, B, C, D і E так, що $AC = BD$ і $BC = DE$. Знайдіть відрізок CE , якщо $AC = 7$ см.
13. Накресліть відрізок MN , довжина якого дорівнює 7 см. Позначте на прямій MN точку P так, щоб $MP - PN = 3$ см.
14. Точки A, B і C лежать на одній прямій. Знайдіть відстань між точками B і C , якщо $AB = 2,7$ см, $AC = 6,4$ см. Скільки розв'язків має задача?
15. Точки E, F, K і P лежать на одній прямій. Точка F лежить між точками E і K . Знайдіть довжину відрізка FP , якщо $EF = 4$ см, $EK = 11$ см, $KP = 14$ см. Скільки розв'язків має задача?

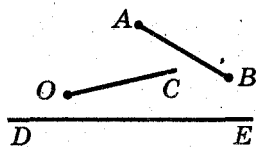


Рис. 5

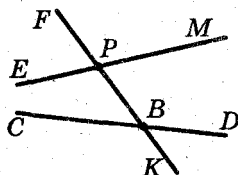


Рис. 6

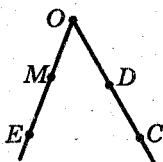


Рис. 7

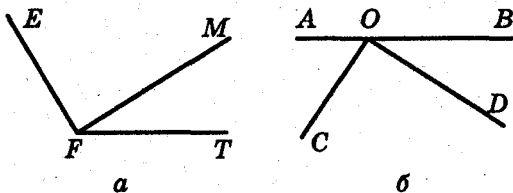


Рис. 8

16. Довжина відрізка CD дорівнює 11 см. Знайдіть на прямій CD усі точки, для кожної з яких сума відстаней до кінців відрізка CD дорівнює: 1) 11 см; 2) 14 см; 3) 9 см.

Промінь. Кут. Вимірювання кутів

17. Чи перетинаються зображені на рисунку 5:
- 1) промінь OC і відрізок AB ;
 - 2) промінь OC і пряма DE ?
18. Пряма FK перетинає прямі EM і CD у точках P і B (рис. 6).
- 1) Укажіть усі утворені промені з початком у точці B .
 - 2) Укажіть пари доповняльних променів, початком яких є точка P .
19. Позначте точки E, F, T і K так, щоби промінь EF перетинав пряму TK , а промінь TK не перетинав пряму EF .
20. З наведених записів випишіть ті, які є позначенням кута з вершиною O , зображеного на рисунку 7: $COM, DME, DOE, CED, EOM, COE, MOD, EOD$.
21. Запишіть усі кути, зображені на рисунку 8.
22. Накресліть кут MOF та проведіть промені OK і OP між його сторонами. Запишіть усі кути, що утворилися.
23. Користуючись транспортиром, знайдіть градусну міру кутів, зображених на рисунку 9. Укажіть вид кожного кута.
24. Накресліть кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 73° ; 2) 91° ; 3) 90° ; 4) 152° . Укажіть вид кожного кута.

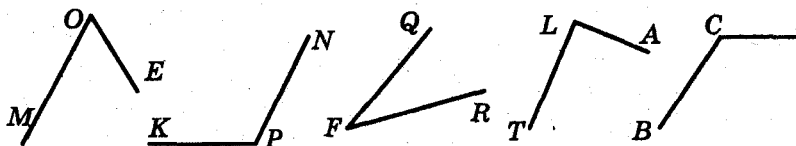


Рис. 9.

25. Накресліть кут AOB , який дорівнює 54° . Користуючись транспортиром, проведіть його бісектрису.
26. Промінь BD проходить між сторонами кута ABC . Знайдіть кут DBC , якщо $\angle ABC = 63^\circ$, $\angle ABD = 51^\circ$.
27. Промінь DA проходить між сторонами кута EDN , який дорівнює 112° . Знайдіть кути EDA і NDA , якщо кут EDA в 6 разів менший від кута NDA .
28. Прямий кут поділили на три кути, градусні міри яких відносяться як $2 : 3 : 5$. Знайдіть величини цих кутів.
29. На рисунку 10 $\angle POT = 78^\circ$, $\angle FOM = 52^\circ$, $\angle POF = 39^\circ$. Знайдіть кут TOM .
30. На рисунку 11 $\angle DCE = \angle KCP$, $\angle DCF = \angle FCP$. Доведіть, що промінь CF — бісектриса кута ECK .
31. Промінь DC проходить між сторонами кута ADK . Промінь DM — бісектриса кута ADC , промінь DP — бісектриса кута CDK . Знайдіть кут ADK , якщо $\angle MDP = 82^\circ$.
32. На рисунку 12 $\angle FOD = \angle MOK$ і $\angle MOD = \angle KOE$. Знайдіть кут EOD , якщо $\angle FOD = 44^\circ$.
33. На рисунку 13 промінь FN — бісектриса кута KFD . Знайдіть кут NFT , якщо $\angle KFD = 54^\circ$.
34. На рисунку 14 промінь BM — бісектриса кута CBN . Знайдіть кут CBN , якщо $\angle ABM = 124^\circ$.

Суміжні та вертикальні кути

35. Чи можуть два суміжних кути дорівнювати:

1) 36° і 154° ;

2) 59° і 121° ?

36. Знайдіть кут, суміжний з кутом: 1) 19° ; 2) 156° .

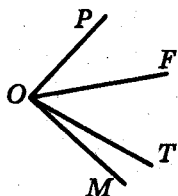


Рис. 10

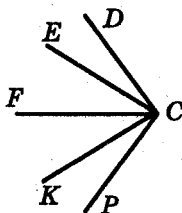


Рис. 11

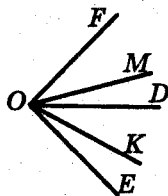


Рис. 12

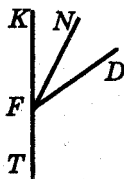


Рис. 13

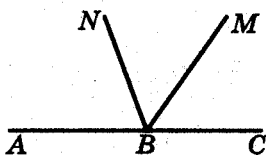


Рис. 14

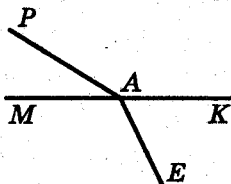


Рис. 15

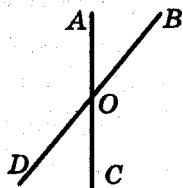


Рис. 16

37. Запишіть усі пари суміжних кутів, зображених на рисунку 15.

38. Один із суміжних кутів на 38° більший за другий. Знайдіть ці кути.

39. Знайдіть суміжні кути, якщо їхні градусні міри відносяться як 5 : 7.

40. На рисунку 16 кут $\angle AOB$ дорівнює 37° . Знайдіть кути $\angle AOD$, $\angle DOC$, $\angle BOC$.

41. На рисунку 17 $\angle PMF = 32^\circ$, $\angle TMQ = 87^\circ$. Знайдіть кут $\angle KMR$.

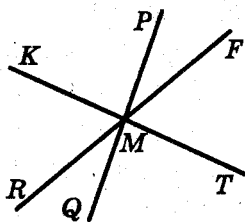


Рис. 17

42. На рисунку 18 $\angle EAC + \angle CAD + \angle FAD = 290^\circ$. Знайдіть кути $\angle EAF$ і $\angle FAD$.

43. Один із кутів, які утворилися при перетині двох прямих, у 7 разів більший за суму суміжних з ним кутів. Знайдіть цей кут.

44. Три прямі перетинаються в одній точці (рис. 19). Знайдіть кут 1, якщо $\angle 2 + \angle 3 = 142^\circ$.

45. На рисунку 20 $\angle ADC = \angle CEF$. Доведіть, що $\angle CDE = \angle CED$.

46. Кут між бісектрисою кута та променем, доповняльним до однієї з його сторін, дорівнює 124° . Знайдіть даний кут.

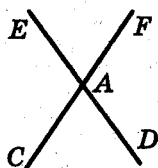


Рис. 18

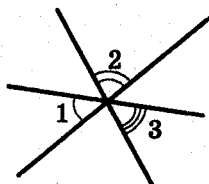


Рис. 19

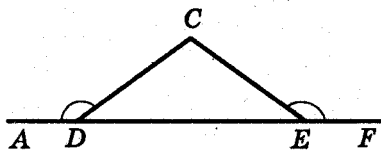


Рис. 20

47. Який кут утворює бісектриса кута, що дорівнює 54° , із променем, доповняльним до однієї з його сторін?
48. На рисунку 21 прямі AD , BE і CF перетинаються в точці O . Промінь OE — бісектриса кута FOD . Знайдіть кут BOD , якщо $\angle FOE = 42^\circ$.

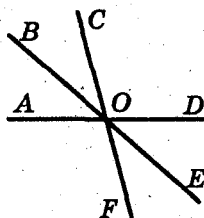


Рис. 21

Перпендикулярні прямі

49. Проведіть пряму d та позначте точку K , яка їй не належить. За допомогою косинця проведіть через точку K пряму, перпендикулярну до прямої d .
50. Прямі a і b перпендикулярні (рис. 22). Укажіть пари перпендикулярних відрізків, зображених на рисунку.
51. На рисунку 23 $\angle KMD = \angle EMF$, $\angle DME = \angle FMP$. Доведіть, що $DM \perp MF$.
52. Кути MKP і NKP прямі. Доведіть, що точки M , K і N лежать на одній прямій.
53. Як, використовуючи лінійку та шаблон кута 15° , побудувати перпендикулярні прямі?

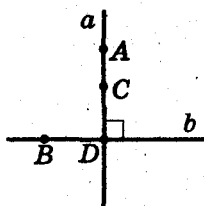


Рис. 22

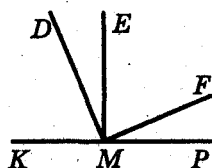


Рис. 23

Рівні трикутники

54. Накресліть довільний трикутник. Позначте його вершини буквами M , P , Q . Укажіть:
- 1) сторони, прилеглі до кута Q ;
 - 2) кут, протилежний стороні MP .
55. Укажіть усі трикутники, зображені на рисунку 24, однією з вершин яких є точка A .
56. Трикутники ABC і DEF рівні. Знайдіть відрізок BC і кут C , якщо $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $EF = 14$ см, $\angle F = 43^\circ$.

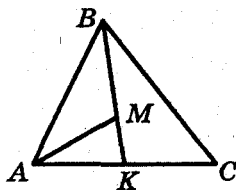


Рис. 24

57. Одна зі сторін трикутника дорівнює 24 см, друга сторона на 18 см більша за першу, а третя сторона у 2 рази менша від другої. Знайдіть периметр трикутника.
58. Одна зі сторін трикутника на 41 см менша від другої та в 4 рази менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 107 см.
59. У трикутнику ABC проведено медіани AD і BE . Периметри трикутників ABE і BEC рівні, а периметр трикутника ABD більший за периметр трикутника ADC на 2 см. Знайдіть периметр трикутника ABC , якщо $AB = 6$ см.

Перша та друга ознаки рівності трикутників

60. Рівні відрізки AB і CD перетинаються в точці O так, що $AO : OB = CO : OD = 2 : 1$. Доведіть, що $\triangle AOD = \triangle COB$.
61. На рисунку 25 $AB = AD$, $\angle BAF = \angle DAF$. Доведіть, що $\triangle ABF = \triangle ADF$.
62. На рисунку 26 серединні перпендикуляри l_1 і l_2 відрізків AB і CD перетинаються в точці O . Знайдіть відрізок OC , якщо $OD = OB$ і $OA = 6$ см.
63. Серединний перпендикуляр сторони BC трикутника ABC перетинає сторону AB у точці D . Знайдіть периметр трикутника ADC , якщо $AB = 10$ см, $AC = 8$ см.
64. На рисунку 27 $AC = CD$, $\angle MAF = \angle TDK$. Доведіть, що $\triangle ABC = \triangle DEC$.

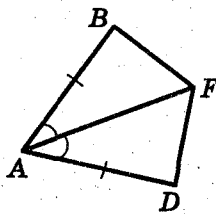


Рис. 25

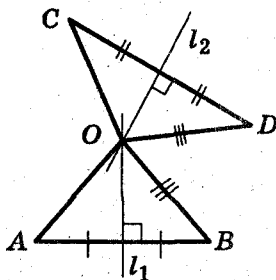


Рис. 26

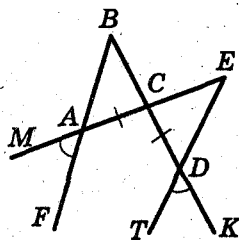


Рис. 27

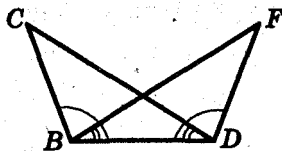


Рис. 28

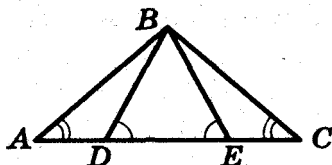


Рис. 29

65. На рисунку 28 $\angle CDB = \angle FBD$, $\angle FDB = \angle CBD$. Доведіть, що $\angle BCD = \angle BFD$.

66. На рисунку 29 $AE = DC$, $\angle A = \angle C$, $\angle BDE = \angle BED$. Доведіть, що $\angle ABD = \angle CBE$.

67. На рисунку 30 $AO = OC$, $BO = OD$. Доведіть, що $\triangle AOE = \triangle COF$.

68. На рисунку 31 $BO = OD$, $AB = CD$, $\angle ABD = \angle BDC$. Доведіть, що $\triangle MOD = \triangle KOB$.

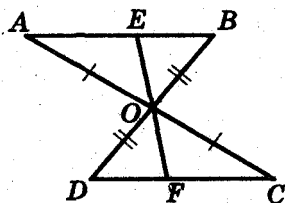


Рис. 30

69. На рисунку 32 $AB = BC$, $AD = CE$, $\angle BAD = \angle BCE$. Знайдіть довжину відрізка AE , якщо $CD = 8$ см.

Рівнобедрений трикутник та його властивості

70. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 9 см, а бічна сторона — 7 см. Знайдіть периметр трикутника.

71. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 19 см, основа — 7 см. Знайдіть бічну сторону трикутника.

72. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 58 см. Його основа є однією зі сторін рівностороннього трикутника, периметр якого дорівнює 42 см. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника.

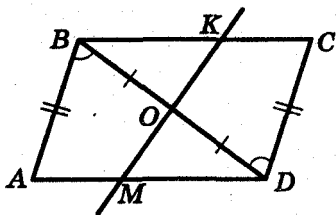


Рис. 31

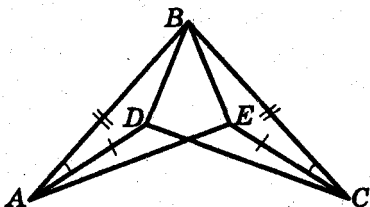


Рис. 32

73. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 28 см, а основа на 8 см менша від бічної сторони.
74. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 84 см, а основа в 3 рази менша від бічної сторони.
75. На рисунку 33 $AB = BC$. Доведіть, що $\angle 1 = \angle 2$.
76. У рівнобедреному трикутнику DEF ($DE = EF$) провели висоту EO , довжина якої дорівнює 8 см. Знайдіть периметр трикутника DEF , якщо периметр трикутника DEO дорівнює 43 см.

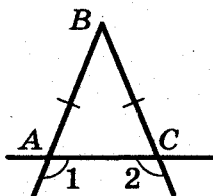


Рис. 33

77. Серединний перпендикуляр сторони AB рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) перетинає сторону BC у точці F . Знайдіть сторону AC , якщо $AB = 18$ см, а периметр трикутника AFC дорівнює 27 см.
78. У рівнобедреному трикутнику DFE на бічних сторонах DF і EF позначили відповідно точки M і K так, що $FM = FK$. Доведіть, що $\angle DME = \angle DKE$.
79. Доведіть рівність рівнобедрених трикутників за медіаною, проведеною до основи, і кутом при вершині.

Ознаки рівнобедреного трикутника

80. На рисунку 34 $\angle 1 = \angle 2$. Доведіть, що $AB = BC$.
81. На медіані BM рівнобедреного трикутника ABC з основою AC позначили точку O . Доведіть, що трикутник AOC рівнобедрений.

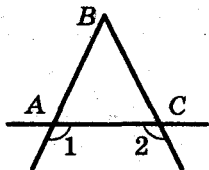


Рис. 34

82. На висоті BD трикутника ABC позначили точку E . Доведіть, що коли $AE = EC$, то трикутник ABC рівнобедрений.

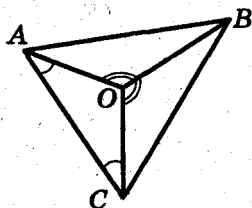


Рис. 35

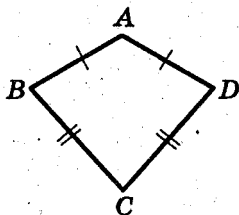


Рис. 36

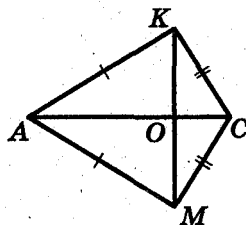


Рис. 37

83. На рисунку 35 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOB = \angle COB$. Доведіть, що $\triangle AOB = \triangle COB$.

84. На стороні BC трикутника ABC позначили точку M так, що $BM : MC = 2 : 1$. Бісектриса BD перпендикулярна до відрізка AM . Знайдіть сторону BC , якщо відомо, що $AB = 6$ см.

Третя ознака рівності трикутників

85. На рисунку 36 $AB = AD$, $CB = CD$. Знайдіть кут ABC , якщо $\angle ADC = 72^\circ$.

86. На сторонах BC і B_1C_1 трикутників ABC і $A_1B_1C_1$ позначили відповідно точки D і D_1 . Доведіть рівність трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, якщо $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $CD = C_1D_1$.

87. На рисунку 37 $AK = AM$, $CK = CM$. Доведіть, що $KO = OM$.

88. На рисунку 38 $BC = AD$, $AM = CN$, $BM = DN$. Знайдіть кут ABM , якщо $\angle CDN = 31^\circ$.

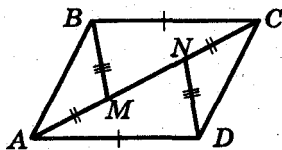


Рис. 38

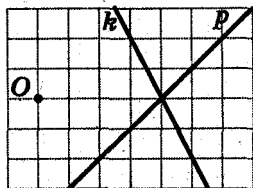


Рис. 39

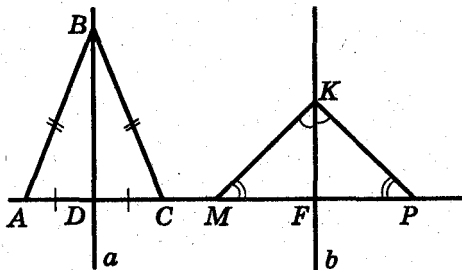


Рис. 40

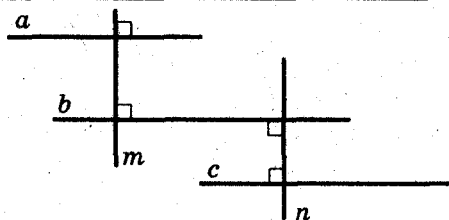


Рис. 41

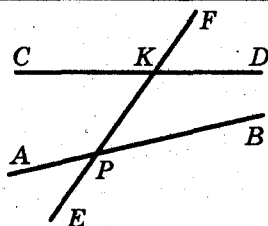


Рис. 42

Паралельні прямі

89. Перерисуйте в зошит рисунок 39. Проведіть через точку O прямі, паралельні прямим k і p .
90. На рисунку 40 $AB = BC$, $AD = DC$, $\angle MKF = \angle PKF$, $\angle KMF = \angle KPF$. Доведіть, що прямі a і b паралельні.
91. Доведіть, що прямі a і c паралельні (рис. 41).

Ознаки паралельності двох прямих

92. На рисунку 42 укажіть усі пари різносторонніх, односторонніх і відповідних кутів.
93. Чи паралельні прямі a і b на рисунку 43? Відповідь обґрунтуйте.

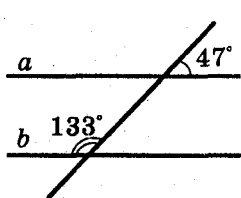


Рис. 43

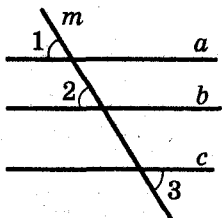


Рис. 44

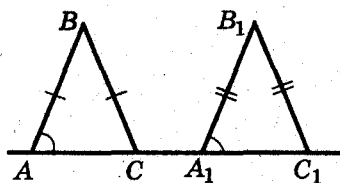


Рис. 45

94. На рисунку 44 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$. Доведіть, що прямі a і c паралельні.
95. На рисунку 45 $AB = BC$, $A_1B_1 = B_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$. Доведіть, що прямі BC і B_1C_1 паралельні.
96. На рисунку 46 $FN = NE$, $\angle MEP = \angle BEP$. Доведіть, що прямі AB і CD паралельні.

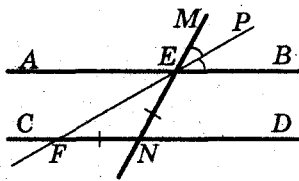


Рис. 46

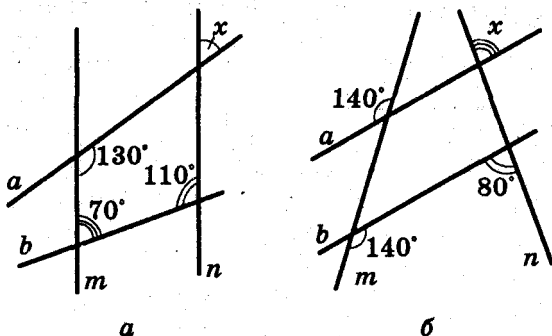


Рис. 47

Властивості паралельних прямих

97. Знайдіть усі кути, утворені при перетині двох паралельних прямих січною, якщо один із цих кутів дорівнює 72° .
98. На рисунку 47 знайдіть градусну міру кута x .
99. Один з односторонніх кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих січною, на 32° більший за другий. Знайдіть ці кути.
100. На рисунку 48 прямі AB і CD паралельні. Доведіть, що бісектриси кутів EKB і EPD паралельні.
101. На стороні BA кута ABC позначили точку D і через неї провели пряму, паралельну стороні BC . Ця пряма перетинає бісектрису кута ABC у точці E . Знайдіть кути DBE і BDE , якщо $\angle DEB = 25^\circ$.
102. На рисунку 49 бісектриси кутів BAC і ACD перетинають пряму BD у точках E і F . Доведіть, що коли $CD = DF$, то $AB = BE$.

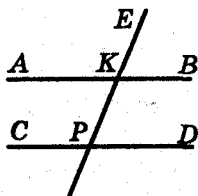


Рис. 48

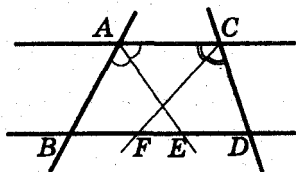


Рис. 49

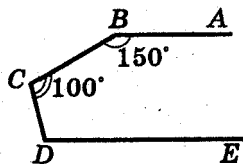


Рис. 50

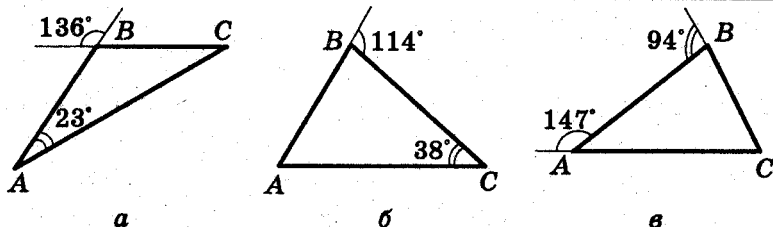


Рис. 51

103. На рисунку 50 $AB \parallel DE$. Знайдіть кут CDE , якщо $\angle ABC = 150^\circ$, $\angle BCD = 100^\circ$.

Сума кутів трикутника

104. Знайдіть кут трикутника, якщо два інші його кути дорівнюють 53° і 62° .
105. Кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює 48° . Знайдіть кути при основі цього трикутника.
106. Знайдіть на рисунку 51 невідомі кути трикутника ABC .
107. Знайдіть на рисунку 52 невідомі кути рівнобедреного трикутника ABC ($AB = AC$).
108. Знайдіть кути трикутника DEF , якщо $\angle D + \angle E = 70^\circ$, $\angle E + \angle F = 150^\circ$.
109. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо кут при основі на 36° більший за кут при вершині.
110. Знайдіть кути трикутника, якщо їхні градусні міри відносяться як $3 : 4 : 5$.
111. Один із кутів трикутника дорівнює 82° . Чи може зовнішній кут трикутника, не суміжний з ним, дорівнювати:
1) 80° ; 2) 83° ?

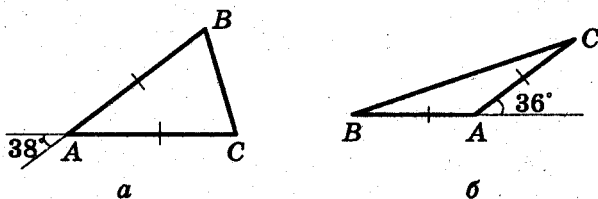


Рис. 52

112. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 137° , а один із кутів трикутника, не суміжний з ним, — 28° . Знайдіть інший кут трикутника, не суміжний з даним зовнішнім.
113. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 148° . Знайдіть кути трикутника, не суміжні з ним, якщо один із них на 36° менший від другого.
114. Два зовнішніх кути трикутника дорівнюють 139° і 87° . Знайдіть третій зовнішній кут трикутника.
115. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо один із них на 24° більший за другий. Скільки розв'язків має задача?
116. Бісектриси кутів E і F трикутника DEF перетинаються в точці O . Знайдіть кут EDF , якщо $\angle EOF = 115^\circ$.
117. Один із кутів, утворених при перетині бісектрис двох кутів рівнобедреного трикутника, дорівнює 124° . Знайдіть кути трикутника. Скільки розв'язків має задача?
118. У трикутнику ABC проведено висоту AT і бісектрису AM . Знайдіть кут TAM , якщо $\angle BAC = 84^\circ$, $\angle ABC = 46^\circ$.
119. Один із кутів трикутника дорівнює 100° . Висота й бісектриса, проведені з вершини цього кута, утворюють кут, який дорівнює 20° . Знайдіть невідомі кути трикутника.
120. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведено бісектрису BD . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle BDC = 36^\circ$.
121. Висота CH і бісектриса BK прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) перетинаються в точці D . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle BDC = 118^\circ$.
122. Чи існує трикутник зі сторонами: 1) 5 см, 9 см, 14 см; 2) 6 см, 8 см, 15 см? Відповідь обґрунтуйте.
123. Знайдіть сторону AC рівнобедреного трикутника ABC , якщо $AB = 10$ см, $BC = 4$ см.

124. Порівняйте кути трикутника ABC , якщо $AB < BC$ і $AB = AC$.
125. Порівняйте сторони трикутника DEF , якщо $\angle D > \angle E$ і $\angle E > \angle F$.
126. Чи існує трикутник ABC , у якому $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 74^\circ$, $BC = 6$ см, $AC = 5$ см?
127. Чи існує трикутник ABC , у якому $\angle A = 100^\circ$, $AB = 9$ см, $BC = 4$ см?
128. Чи може найбільша сторона трикутника лежати проти кута 42° ?
129. У трикутнику ABC відомо, що $AB = 1,2$ см, $AC = 2,3$ см. Знайдіть третю сторону цього трикутника, якщо її довжина, виражена в сантиметрах, дорівнює цілому числу. Скільки розв'язків має задача?

Прямокутний трикутник

130. Один із гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 86° . Знайдіть другий гострий кут.
131. На рисунку 53 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AC = BD$. Доведіть, що $AB = CD$.
132. На рисунку 54 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $BO = CO$. Знайдіть відрізок AB , якщо $CD = 8$ см.

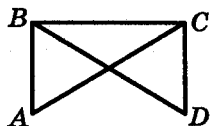


Рис. 53

133. Із точки K , яка лежить на бісектрисі кута ABC , проведено перпендикуляри KM і KN до його сторін. Знайдіть відрізок BM , якщо $BN = 6$ см.
134. На рисунку 55 $DA \perp EK$, $FB \perp EK$, $DA = FB$, $\angle ADK = \angle BFE$. Доведіть, що $\angle DEK = \angle FKE$.

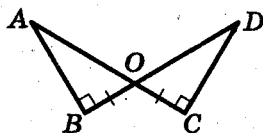


Рис. 54

135. Через вершину B трикутника ABC провели пряму, яка перетинає сторону AC у точці K . Із точок A і C на пряму BK опустили перпендикуляри AD і CE . Доведіть, що коли $AD = CE$, то відрізок BK — медіана трикутника ABC .

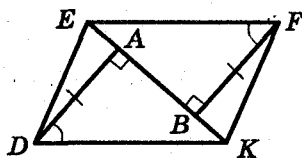


Рис. 55

136. Прямокутні трикутники ABC і ABD мають спільну гіпотенузу AB , а точки C і D лежать у різних півплощинах відносно прямої AB . Доведіть, що коли $AD = BC$, то прямі AC і BD паралельні:
137. Доведіть рівність прямокутних трикутників за гострим кутом і бісектрисою, проведеною з вершини цього кута.
138. У гострокутних трикутниках ABC і $A_1B_1C_1$ провели висоти BD і B_1D_1 . Доведіть, що коли $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ і $\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Властивості прямокутного трикутника

139. Сторони прямокутного трикутника дорівнюють 5 см, 12 см і 13 см. Укажіть довжини катетів і гіпотенузи цього трикутника.
140. Сторони прямокутного трикутника й висота, проведена до гіпотенузи, дорівнюють 24 см, 30 см, 40 см і 50 см. Укажіть довжини катетів цього трикутника, гіпотенузи та висоти, проведеної до гіпотенузи.
141. На рисунку 56 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$. Доведіть, що $AB > CD$.
142. Із точки M до прямої AB проведено похилі MA і MB та перпендикуляр MC так, що точка C лежить між точками A і B , а кут BMC дорівнює 35° . Порівняйте відрізки MA і BC .

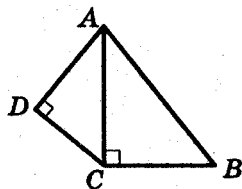


Рис. 56

143. У прямокутному трикутнику DEF катет DF дорівнює 14 см, $\angle E = 30^\circ$. Знайдіть гіпотенузу DE .
144. У трикутнику KPE відомо, що $\angle P = 90^\circ$, $\angle K = 60^\circ$. На катеті PE позначили точку M так, що $\angle KMP = 60^\circ$. Знайдіть відрізок PM , якщо $EM = 16$ см.
145. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели висоту CM . Знайдіть кут ABC , якщо $AC = 2$ см, $AM = 1$ см.
146. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели висоту CD . Знайдіть відрізок BD , якщо $AB = 8$ см, $BC = 4$ см.

147. На рисунку 57 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$. Знайдіть кут ACD , якщо $AB = 4$ см, $CD = 1$ см.

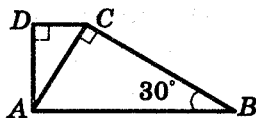


Рис. 57

148. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$. Бісектриса кута A перетинає катет BC у точці K . Знайдіть відрізок BK , якщо $AK - CK = 8$ см.

Геометричне місце точок. Коло та круг

149. Які з точок на рисунку 58 належать колу із центром O ; колу із центром O ?

150. Знайдіть діаметр кола, якщо його радіус дорівнює: 1) 3 см; 2) m см.

151. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 4 см. Проведіть у цьому колі радіус, діаметр і хорду, яка не є діаметром.

152. У колі проведено радіуси OD , OE і OF (рис. 59). Знайдіть хорду FE , якщо $\angle OFE = \angle ODE$ і $DE = 8$ см.

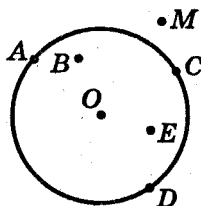


Рис. 58

153. На рисунку 60 точка O — центр кола, $\angle ABC = 32^\circ$. Знайдіть кут AOC .

154. У колі із центром O проведено діаметр AB і хорду AC . Знайдіть кут ABC , якщо $\angle ACO = 52^\circ$.

155. На рисунку 61 хорда CD перетинає діаметр AB у точці K , $\angle DEK = \angle CFK = 90^\circ$, $\angle DKA = 60^\circ$, $EF = 10$ см. Знайдіть хорду CD .

156. Дано відрізок AB завдовжки 3 см. Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок A і B та знаходяться на відстані 2 см від прямої AB .

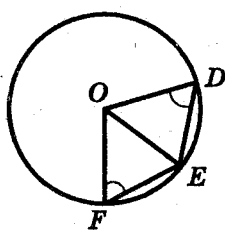


Рис. 59

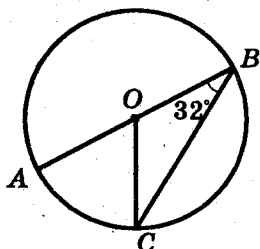


Рис. 60

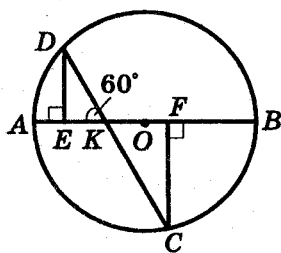


Рис. 61

157. На одній зі сторін гострого кута позначено точки A і B . Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок A і B та знаходяться на відстані $1,5$ см від прямої, яка містить другу сторону кута.
158. Знайдіть ГМТ, відстань від яких до центра даного кола у 2 рази менша від його радіуса.
159. Прямі a і b перетинаються. Знайдіть ГМТ, які знаходяться на відстані 1 см від прямої a і на відстані 2 см від прямої b .
160. Дано точки A і B . Знайдіть ГМТ вершин C трикутників ABC таких, що медіана CM дорівнює 2 см.
161. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 2 см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих дорівнює 4 см.
162. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює $1,5$ см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих менша від 2 см.

Деякі властивості кола. Дотична до кола

163. Пряма дотикається до кола із центром O в точці A . На дотичній по різні боки від точки A позначили точки B і C так, що $OB = OC$. Знайдіть відрізок AB , якщо $AC = 6$ см.
164. На рисунку 62 пряма BC дотикається до кола із центром O в точці B . Знайдіть кут AOB , якщо $\angle ABC = 63^\circ$.
165. На рисунку 63 два кола мають спільний центр O . До меншого з них провели перпендикулярні дотичні DE і KP , які перетинаються в точці N . Знайдіть відрізок NE , якщо $ND = 3$ см, а радіус меншого кола дорівнює 4 см.

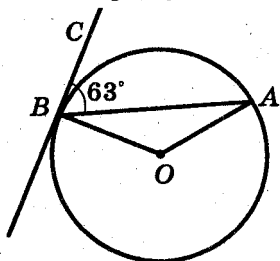


Рис. 62

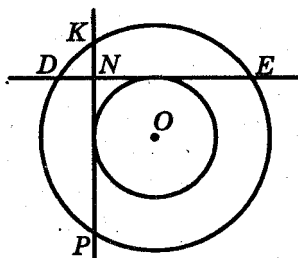


Рис. 63

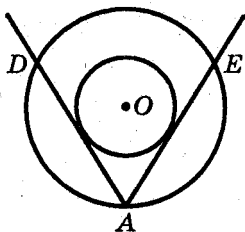


Рис. 64

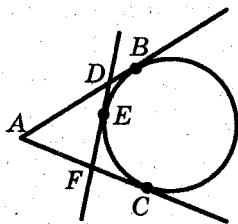


Рис. 65

166. На рисунку 64 два кола мають спільний центр O . Через точку A більшого кола проведено дотичні AD і AE до меншого кола. Знайдіть радіус більшого кола, якщо радіус меншого дорівнює 5 см, а $\angle DAE = 60^\circ$.
167. На рисунку 65 прямі AB , AC і DF дотикаються до кола у точках B , C і E відповідно. Знайдіть відрізок AB , якщо периметр трикутника ADF дорівнює 16 см.

Описане та вписане кола трикутника

168. Точка перетину медіан AM і BK трикутника ABC є центром описаного навколо нього кола. Доведіть, що трикутник ABC рівносторонній.
169. На серединному перпендикулярі сторони AB трикутника ABC позначили точку O так, що $\angle OAC = \angle OCA$. Доведіть, що точка O — центр кола, описаного навколо трикутника ABC .
170. Знайдіть висоту рівностороннього трикутника, якщо радіус кола, вписаного в цей трикутник, дорівнює 8 см.
171. Бічна сторона рівнобедреного трикутника ділиться точкою дотику вписаного кола у відношенні 3 : 4, рахуючи від вершини кута при основі трикутника. Знайдіть бічну сторону трикутника, якщо його основа дорівнює 12 см.
172. У прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки 4 см і 6 см. Знайдіть периметр трикутника, якщо радіус кола дорівнює 2 см.
173. До кола, вписаного в рівнобедрений трикутник ABC , проведено дотичну, яка перетинає бічні сторони AC і BC у точках D і E відповідно. Знайдіть периметр трикутника

ка CDE , якщо периметр трикутника ABC дорівнює 20 см і $AB = 6$ см.

174. Коло, вписане в трикутник ABC , дотикається до сторони BC у точці K . Знайдіть відрізок BK , якщо $AC = 6$ см, а периметр трикутника ABC дорівнює 16 см.

Задачі на побудову

175. Перерисуйте в зошит рисунок 66.

Побудуйте коло, яке проходить через точки D , E і F .

176. Побудуйте дотичну до даного кола, перпендикулярну до даної прямої. Скільки розв'язків має задача?

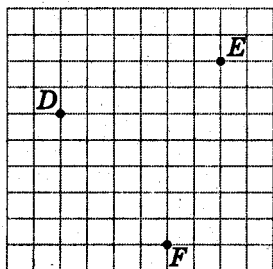


Рис. 66

177. Побудуйте рівнобедрений трикутник за бісектрисою трикутника, проведеною з вершини кута при основі, та кутом при основі.
178. Побудуйте рівнобедрений трикутник за кутом при вершині та висотою, проведеною до бічної сторони.
179. Побудуйте рівнобедрений прямокутний трикутник за його висотою, проведеною до гіпотенузи.
180. Побудуйте рівносторонній трикутник за його медіаною.
181. Побудуйте трикутник ABC за стороною AC , медіаною BM і кутом BMC .
182. Дано пряму a і точку B , яка їй належить. Побудуйте точку, віддалену від точки B на 4 см, а від прямої a — на 3 см. Скільки розв'язків має задача?
183. Дано трикутник CDM . Побудуйте точку, рівновіддалену від точок C і D , яка знаходиться на відстані 2 см від точки M . Скільки розв'язків може мати задача?
184. Пряма l перетинає сторони кута ABC . Побудуйте точку, яка належить куту, рівновіддалена від його сторін і знаходиться на відстані 2 см від прямої l . Скільки розв'язків може мати задача?
185. Побудуйте прямокутний трикутник за сумою катета і гіпотенузи та кутом, протилежним другому катету.

Варіант 2

Точки та прямі

1. Перерисуйте в зошит рисунок 67. Через кожні дві позначені точки проведіть пряму. Запишіть усі отримані прямі.

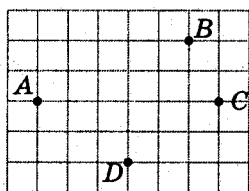


Рис. 67

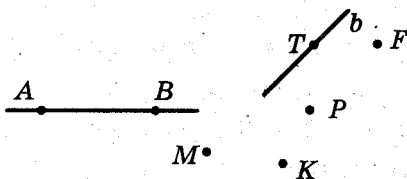


Рис. 68

2. Проведіть пряму та позначте на ній точки M , E і F . Запишіть усі можливі позначення цієї прямої.
3. Користуючись рисунком 68:
- 1) визначте, чи перетинаються прямі AB і b ;
 - 2) укажіть усі позначені точки, які належать прямій b ; прямій AB ;
 - 3) укажіть усі позначені точки, які не належать ні прямій b , ні прямій AB .

Відрізок і його довжина

4. Укажіть, які з точок, позначених на рисунку 69, лежать між двома іншими. Для кожної вказаної трійки точок запишіть рівність, яка впливає з основної властивості довжини відрізка.
5. Укажіть усі відрізки, зображені на рисунку 70.
6. Точка C лежить між точками A і B . Знайдіть:
- 1) відрізок AB , якщо $AC = 12,6$ см, $CB = 14,4$ см;
 - 2) відрізок BC , якщо $AB = 2$ м, $AC = \frac{3}{4}$ м.

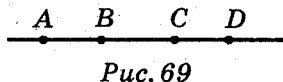
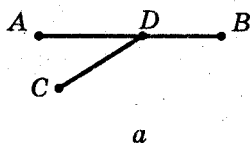
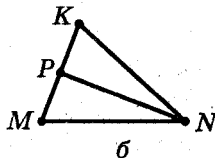


Рис. 69



а



б

Рис. 70

7. Чи лежить точка E між точками D і F , якщо $DE = 6,4$ см, $EF = 3,9$ см, $DF = 9,3$ см? Відповідь обґрунтуйте.
8. Точка C належить відрізку AB , довжина якого дорівнює 48 см. Знайдіть довжини відрізків AC і BC , якщо:
- 1) відрізок AC на 4 см більший за відрізок BC ;
 - 2) відрізок AC у 5 разів менший від відрізка BC ;
 - 3) $MK : ME = 2 : 7$.
9. На прямій послідовно позначено точки K, O, M і N так, що $KM = 9$ см, $ON = 8$ см, $KN = 12$ см. Знайдіть відрізок OM .
10. Точка C лежить між точками A і B , точки D і E — середини відрізків AC і CB відповідно. Знайдіть довжину відрізка DE , якщо $AB = 8,4$ см.
11. Відрізок завдовжки 8 см поділили на чотири відрізки. Відстань між серединами крайніх відрізків дорівнює 5 см. Знайдіть відстань між серединами середніх відрізків.
12. На прямій послідовно позначили точки A, D, E, F і K так, що $AE = DF$ і $DE = FK$. Знайдіть відрізок AE , якщо $EK = 12$ см.
13. Накресліть відрізок AB , довжина якого дорівнює 5 см. Позначте на прямій AB таку точку C , що $AC - BC = 2$ см.
14. Точки K, P і T лежать на одній прямій. Знайдіть відстань між точками P і T , якщо $KP = 4,9$ см, $KT = 5,4$ см. Скільки розв'язків має задача?
15. Точки A, B, C і D лежать на одній прямій. Точка C лежить між точками A і B . Знайдіть довжину відрізка CD , якщо $AB = 10$ см, $AC = 3$ см, $BD = 4$ см. Скільки розв'язків має задача?

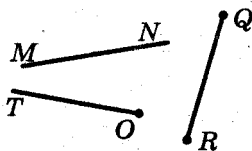


Рис. 71

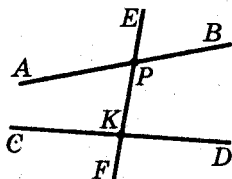


Рис. 72

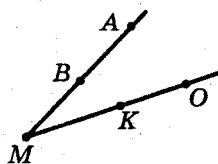


Рис. 73

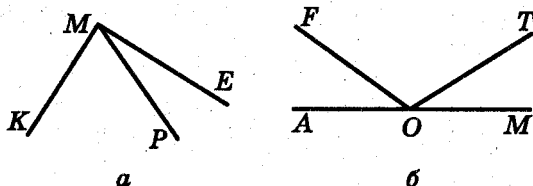


Рис. 74

16. Довжина відрізка AB дорівнює 8 см. Знайдіть на прямій AB усі точки, для кожної з яких сума відстаней до кінців відрізка AB дорівнює: 1) 8 см; 2) 10 см; 3) 7 см.

Промінь. Кут. Вимірювання кутів

17. Чи перетинаються зображені на рисунку 71:

1) промінь OT і відрізок QR ; 2) промінь OT і пряма MN ?

18. Пряма EF перетинає прямі AB і CD у точках P і K (рис. 72).

1) Укажіть усі утворені промені з початком у точці P .

2) Укажіть пари доповняльних променів, початком яких є точка K .

19. Позначте точки A , B , C і D так, щоби прямі AB і CD перетиналися, а промені AB і CD не перетиналися.

20. З наведених записів виписіть ті, які є позначенням кута з вершиною M , зображеного на рисунку 73: AOM , AMO , AMB , OMA , AMK , ABO , KMB , OMB .

21. Запишіть усі кути, зображені на рисунку 74.

22. Накресліть кут ABC та проведіть промені BD і BE між його сторонами. Запишіть усі кути, що утворилися.

23. Користуючись транспортиром, знайдіть градусну міру кутів, зображених на рисунку 75. Укажіть вид кожного кута.

24. Накресліть кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 54° ; 2) 90° ; 3) 147° ; 4) 88° . Укажіть вид кожного кута.

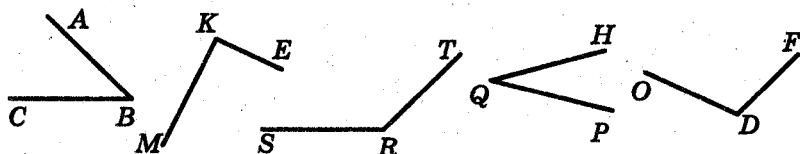


Рис. 75

25. Накресліть кут DEF , який дорівнює 116° . Користуючись транспортиром, проведіть його бісектрису.
26. Промінь DF проходить між сторонами кута EDK . Знайдіть кут FDK , якщо $\angle EDK = 38^\circ$, $\angle EDF = 29^\circ$.
27. Промінь BC проходить між сторонами кута ABD , який дорівнює 115° . Знайдіть кути CBD і ABC , якщо кут CBD у 4 рази більший за кут ABC .
28. Розгорнутий кут поділили на три кути, градусні міри яких відносяться як $2 : 3 : 4$. Знайдіть величини цих кутів.
29. На рисунку 76 $\angle ABD = 85^\circ$, $\angle CBE = 45^\circ$, $\angle DBE = 12^\circ$. Знайдіть кут ABC .
30. На рисунку 77 $\angle ABK = \angle FBM$. Промінь BP — бісектриса кута KBF . Доведіть, що промінь BP — бісектриса кута ABM .
31. Промінь OC проходить між сторонами кута AOE . Промінь OB — бісектриса кута AOC , промінь OD — бісектриса кута COE . Знайдіть кут BOD , якщо $\angle AOE = 144^\circ$.
32. На рисунку 78 $\angle BAD = \angle CAE$ і $\angle CAD = \angle EAF$. Знайдіть кут DAF , якщо $\angle BAD = 52^\circ$.
33. На рисунку 79 промінь BC — бісектриса кута KBD . Знайдіть кут ABC , якщо $\angle KBD = 68^\circ$.
34. На рисунку 80 промінь QD — бісектриса кута PQN . Знайдіть кут PQN , якщо $\angle DQN = 158^\circ$.

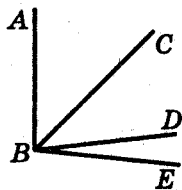


Рис. 76

Суміжні та вертикальні кути

35. Чи можуть два суміжних кути дорівнювати:

1) 48° і 132° ;

2) 63° і 127° ?

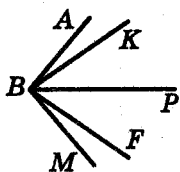


Рис. 77

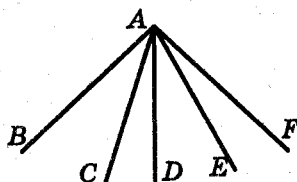


Рис. 78

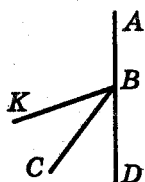


Рис. 79

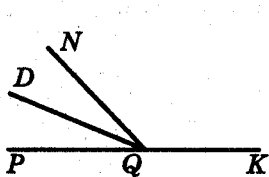


Рис. 80

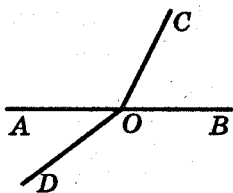


Рис. 81

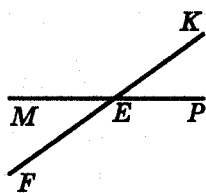


Рис. 82

36. Знайдіть кут, суміжний з кутом: 1) 17° ; 2) 90° .

37. Запишіть усі пари суміжних кутів, зображених на рисунку 81.

38. Один із суміжних кутів на 42° менший від другого. Знайдіть ці кути.

39. Знайдіть суміжні кути, якщо їхні градусні міри відносяться як 4 : 5.

40. На рисунку 82 кут MEK дорівнює 132° . Знайдіть кути MEF , FEP , PEK .

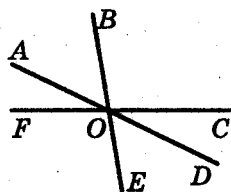


Рис. 83

41. На рисунку 83 $\angle AOB = 56^\circ$, $\angle COD = 25^\circ$. Знайдіть кут FOE .

42. На рисунку 84 $\angle AOD + \angle AOC + \angle COB = 210^\circ$. Знайдіть кути AOD і DOB .

43. Один із кутів, які утворилися при перетині двох прямих, у 2 рази більший за суму суміжних з ним кутів. Знайдіть цей кут.

44. Три прямі перетинаються в одній точці (рис. 85). Знайдіть суму кутів 1 і 2, якщо $\angle 3 = 31^\circ$.

45. На рисунку 86 $\angle ABK = \angle CDB$. Доведіть, що $\angle CBA = \angle BDF$.

46. Кут між бісектрисою кута та променем, доповняльним до однієї з його сторін, дорівнює 138° . Знайдіть даний кут.

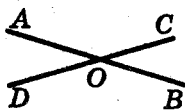


Рис. 84

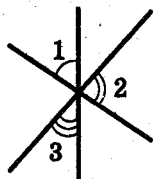


Рис. 85

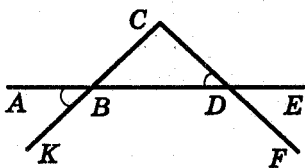


Рис. 86

47. Який кут утворює бісектриса кута, що дорівнює 48° , із променем, доповняльним до однієї з його сторін?
48. На рисунку 87 прямі AB , CD і EF перетинаються в точці O . Промінь OE — бісектриса кута AOD . Знайдіть кут AOF , якщо $\angle AOD = 148^\circ$.

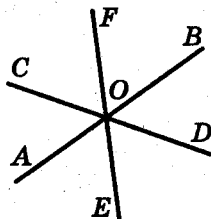


Рис. 87

Перпендикулярні прямі

49. Проведіть пряму a та позначте точку M , яка їй не належить. За допомогою косинця проведіть через точку M пряму, перпендикулярну до прямої a .
50. Прямі c і d перпендикулярні (рис. 88). Укажіть пари перпендикулярних відрізків, зображених на рисунку.

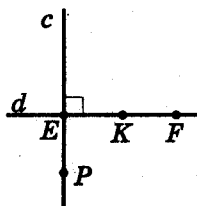


Рис. 88

51. На рисунку 89 $\angle AOD = \angle COF$, $\angle DOC = \angle BOF$. Доведіть, що $OC \perp AB$.
52. Куты ABD і CBD прямі. Доведіть, що точки A , B і C лежать на одній прямій.
53. Як, використовуючи лінійку та шаблон кута 18° , побудувати перпендикулярні прямі?

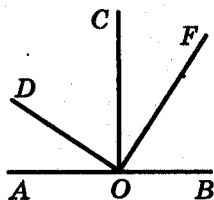


Рис. 89

Рівні трикутники

54. Накресліть довільний трикутник. Позначте його вершини буквами A , B , C . Укажіть:
- сторону, протилежну куту B ;
 - кути, прилеглі до сторони BC .
55. Укажіть усі трикутники, зображені на рисунку 24, однією з вершин яких є точка A .
56. Трикутники MNP і AKT рівні. Знайдіть відрізок AK і кут N , якщо $\angle M = \angle A$, $\angle P = \angle T$, $MN = 32$ см, $\angle K = 60^\circ$.

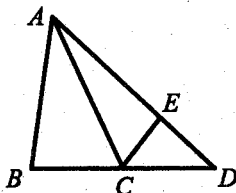


Рис. 90

57. Одна зі сторін трикутника дорівнює 38 см, друга сторона на 16 см менша від першої, а третя сторона у 2 рази більша за другу. Знайдіть периметр трикутника.
58. Одна зі сторін трикутника в 3 рази менша від другої та на 23 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 108 см.
59. У трикутнику ABC проведено медіани AM і CK . Периметри трикутників ACK і BCK рівні, а периметр трикутника ABC дорівнює 26 см. Знайдіть різницю периметрів трикутників ABM і ACM , якщо $AB = 10$ см.

Перша та друга ознаки рівності трикутників

60. Рівні відрізки MN і KF перетинаються в точці E так, що $ME : EN = KE : EF = 3 : 1$. Доведіть, що $\triangle MEF = \triangle KEN$.

61. На рисунку 91 $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$. Доведіть, що $\triangle ABD = \triangle CBD$.

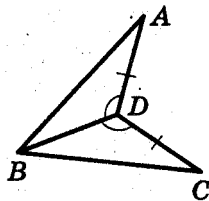


Рис. 91

62. На рисунку 92 серединні перпендикуляри l_1 і l_2 відрізків AB і CD перетинаються в точці O . Знайдіть відрізок OD , якщо $OA = OC$ і $OB = 4$ см.

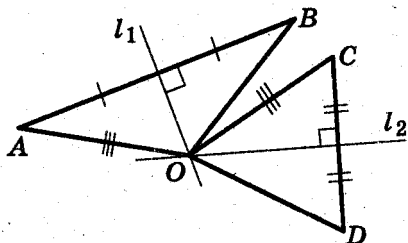


Рис. 92

63. Серединний перпендикуляр сторони AB трикутника ABC перетинає сторону BC у точці K . Знайдіть сторону AC , якщо $BC = 12$ см, а периметр трикутника AKC дорівнює 18 см.

64. На рисунку 93 $BD = DE$, $\angle NBC = \angle DEF$. Доведіть, що $\triangle ABD = \triangle FED$.

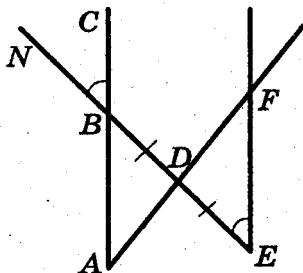


Рис. 93

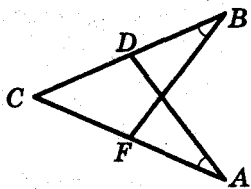


Рис. 94

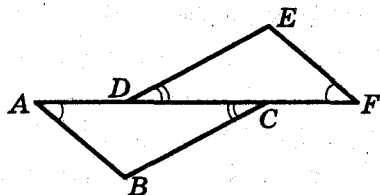


Рис. 95

65. На рисунку 94 $AC = BC$, $\angle CAD = \angle CBF$. Доведіть, що $AD = BF$.

66. На рисунку 95 $AD = CF$, $\angle BAC = \angle DFE$, $\angle ACB = \angle EDF$.

Доведіть, що $\angle ABC = \angle DEF$.

67. На рисунку 96 $BO = OD$, $EO = OF$.

Доведіть, що $\triangle AOB = \triangle COD$.

68. На рисунку 97 $BO = OD$, $EO = OF$,

$\angle ADB = \angle CBD$. Доведіть, що $\triangle ABD = \triangle CBD$.

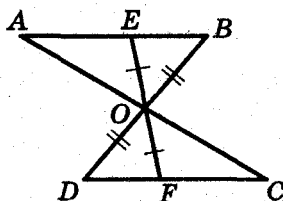


Рис. 96

69. На рисунку 98 $BD = BE$, $DC = AE$, $\angle BDC = \angle BEA$. Знайдіть довжину відрізка AD , якщо $CE = 6$ см.

Рівнобедрений трикутник та його властивості

70. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 5 см, а бічна сторона — 6 см. Знайдіть периметр трикутника.

71. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 12 см, а бічна сторона — 5 см. Знайдіть основу трикутника.

72. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 40 см. Його бічна сторона є однією зі сторін рівностороннього три-

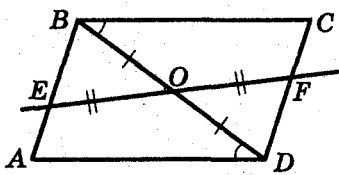


Рис. 97

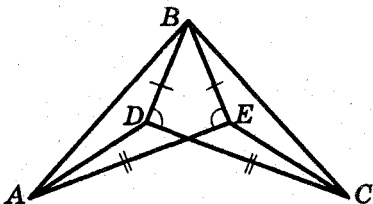


Рис. 98

кутника, периметр якого дорівнює 45 см. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника.

73. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 22 см, а бічна сторона на 2 см більша за основу.

74. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 70 см, а основа у 2 рази менша від бічної сторони.

75. На рисунку 99 $AB = BC$. Доведіть, що $\angle 1 = \angle 2$.

76. У рівнобедреному трикутнику ABC ($AB = BC$) провели висоту BD . Знайдіть її довжину, якщо периметр трикутника ABC дорівнює 50 см, а периметр трикутника ABD — 40 см.

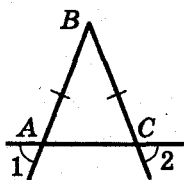


Рис. 99

77. Серединний перпендикуляр сторони AB рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) перетинає сторону AC у точці E . Знайдіть сторону AC , якщо $AB = 14$ см, а периметр трикутника BEC дорівнює 40 см.

78. У рівнобедреному трикутнику ABC на бічних сторонах AB і BC позначили відповідно точки N і M так, що $\angle MAB = \angle NCB$. Доведіть, що $AN = CM$.

79. Доведіть рівність рівнобедрених трикутників за кутом при вершині та бісектрисою трикутника, проведеною з вершини цього кута.

Ознаки рівнобедреного трикутника

80. На рисунку 100 $\angle 1 = \angle 2$. Доведіть, що $ED = EF$.

81. На висоті CH рівнобедреного трикутника ABC з основою AB позначили точку M . Доведіть, що трикутник AMB рівнобедрений.

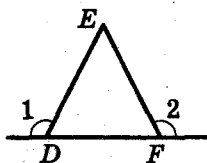


Рис. 100

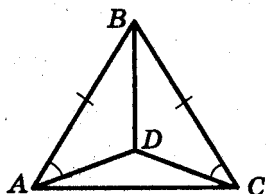


Рис. 101

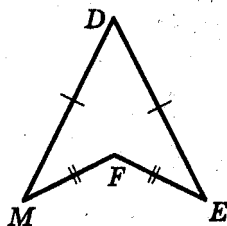


Рис. 102

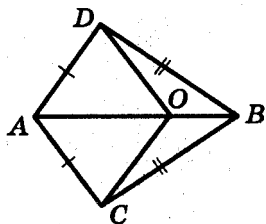


Рис. 103

82. На медіані AM трикутника ABC позначили точку D . Доведіть, що коли $DB = DC$, то трикутник ABC рівнобедрений.
83. На рисунку 101 $AB = BC$, $\angle BAD = \angle BCD$. Доведіть, що $\triangle ABD = \triangle CBD$.
84. На стороні FM трикутника KFM позначили точку N так, що $FN : NM = 3 : 1$. Бісектриса FL перетинає відрізок KN у його середині. Знайдіть сторону FM , якщо відомо, що $KF = 9$ см.

Третя ознака рівності трикутників

85. На рисунку 102 $DM = DE$, $FM = FE$. Знайдіть кут DMF , якщо $\angle DEF = 31^\circ$.
86. На сторонах BD і B_1D_1 трикутників ABD і $A_1B_1D_1$ позначили відповідно точки C і C_1 . Доведіть рівність трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, якщо $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $CD = C_1D_1$.
87. На рисунку 103 $AD = AC$, $BD = BC$. Доведіть, що $\angle AOD = \angle AOC$.
88. На рисунку 104 $AB = CD$, $BC = AD$, $AE = CF$. Знайдіть кут ABE , якщо $\angle CDF = 49^\circ$.

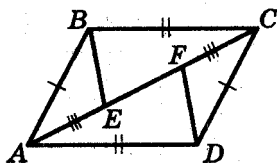


Рис. 104

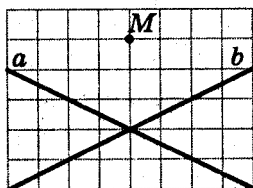


Рис. 105

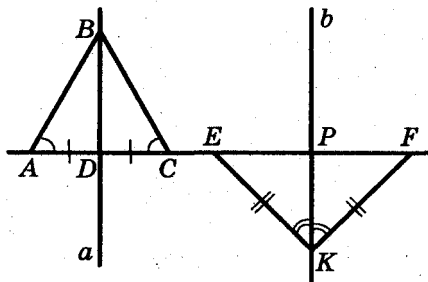


Рис. 106

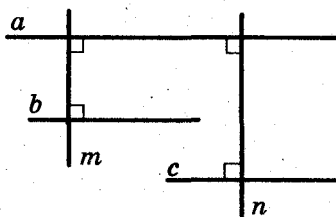


Рис. 107

Паралельні прямі

89. Перерисуйте в зошит рисунок 105. Проведіть через точку M прямі, паралельні прямим a і b .
90. На рисунку 106 $AB = BC$, $AD = DC$, $\angle BAC = \angle BCA$, $EK = KF$, $\angle EKP = \angle FKP$. Доведіть, що прямі a і b паралельні.
91. Доведіть, що прямі b і c паралельні (рис. 107).

Ознаки паралельності двох прямих

92. На рисунку 108 укажіть усі пари різносторонніх, односторонніх і відповідних кутів.
93. Чи паралельні прямі m і n на рисунку 109? Відповідь обґрунтуйте.
94. На рисунку 110 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$. Доведіть, що прямі a і c паралельні.

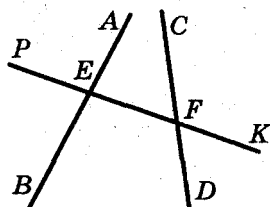


Рис. 108

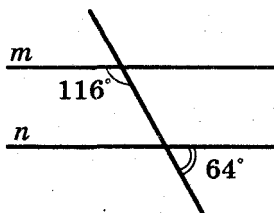


Рис. 109

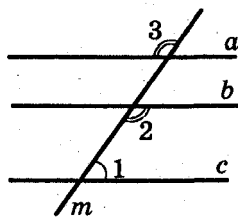


Рис. 110

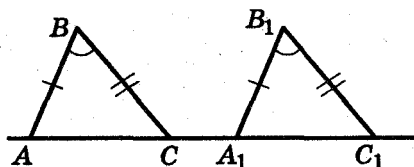


Рис. 111

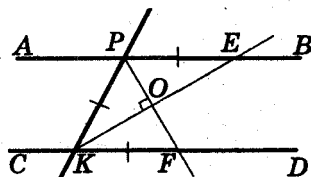
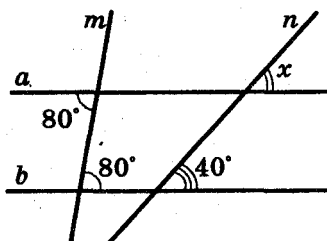


Рис. 112

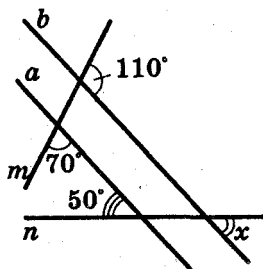
95. На рисунку 111 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. Доведіть, що прямі AB і A_1B_1 паралельні.
96. На рисунку 112 $PE = PK = KF$, $PF \perp KE$. Доведіть, що прямі AB і CD паралельні.

Властивості паралельних прямих

97. Знайдіть усі кути, утворені при перетині двох паралельних прямих січною, якщо один із цих кутів дорівнює 47° .
98. На рисунку 113 знайдіть градусну міру кута x .
99. Один з односторонніх кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих січною, на 48° менший від другого. Знайдіть ці кути.
100. На рисунку 114 прямі MN і KP паралельні. Доведіть, що бісектриси кутів MCD і CDP паралельні.
101. На бісектрисі кута ABC позначили точку K і через неї провели пряму, паралельну стороні BA . Ця пряма перетинає сторону BC у точці F . Знайдіть кути BFK і FKB , якщо $\angle FBK = 40^\circ$.



а



б

Рис. 113

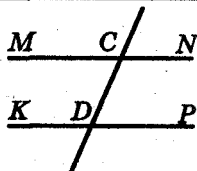


Рис. 114

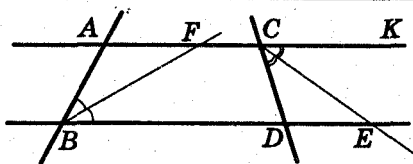


Рис. 115

102. На рисунку 115 бісектриса кута ABD перетинає пряму AC у точці F , а бісектриса кута DCK перетинає пряму BD у точці E . Доведіть, що коли $AB = AF$, то $CD = DE$.

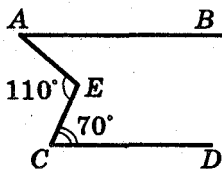


Рис. 116

103. На рисунку 116 $AB \parallel CD$. Знайдіть кут BAE , якщо $\angle AEC = 110^\circ$, $\angle DCE = 70^\circ$.

Сума кутів трикутника

104. Знайдіть кут трикутника, якщо два інші його кути дорівнюють 48° і 126° .
105. Кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює 84° . Знайдіть кути при основі цього трикутника.
106. Знайдіть на рисунку 117 невідомі кути трикутника ABC .
107. Знайдіть на рисунку 118 невідомі кути рівнобедреного трикутника ABC ($AB = AC$).

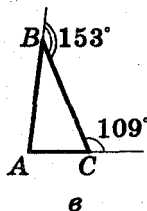
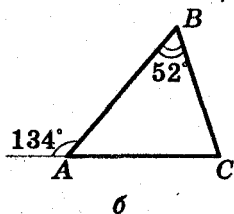
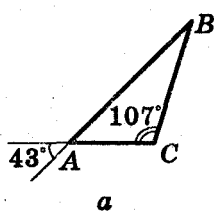


Рис. 117

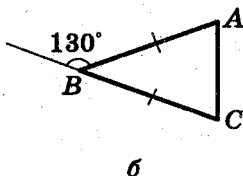
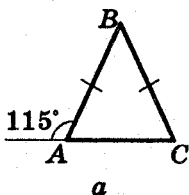


Рис. 118

108. Знайдіть кути трикутника ABC , якщо $\angle A + \angle B = 100^\circ$,
 $\angle B + \angle C = 120^\circ$.
109. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо кут при вершині на 18° більший за кута при основі.
110. Знайдіть кути трикутника, якщо їхні градусні міри відносяться як $3 : 5 : 7$.
111. Один із кутів трикутника дорівнює 74° . Чи може зовнішній кут трикутника, не суміжний з ним, дорівнювати:
1) 75° ; 2) 70° ?
112. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 146° , а один із кутів трикутника, не суміжний з ним, — 89° . Знайдіть другий кут трикутника, не суміжний з даним зовнішнім.
113. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 126° . Знайдіть кути трикутника, не суміжні з ним, якщо один із них на 22° більший за другий.
114. Два зовнішніх кути трикутника дорівнюють 107° і 123° . Знайдіть третій зовнішній кут трикутника.
115. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо один із них на 18° менший від другого. Скільки розв'язків має задача?
116. Бісектриси кутів A і C трикутника ABC перетинаються в точці O . Знайдіть кут ABC , якщо $\angle AOC = 125^\circ$.
117. Один із кутів, утворених при перетині бісектрис двох кутів рівнобедреного трикутника, дорівнює 136° . Знайдіть кути трикутника. Скільки розв'язків має задача?
118. У трикутнику ABC проведено висоту CH і бісектрису CM . Знайдіть кут HCM , якщо $\angle BAC = 68^\circ$, $\angle ABC = 26^\circ$.
119. Один із кутів трикутника дорівнює 110° . Висота й бісектриса, проведені з вершини цього кута, утворюють кут, який дорівнює 30° . Знайдіть невідомі кути трикутника.
120. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведено бісектрису AD . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle ADC = 102^\circ$.

121. Висота CH і бісектриса AK прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) перетинаються в точці M . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle CMK = 64^\circ$.
122. Чи існує трикутник зі сторонами: 1) 7 см, 8 см, 16 см; 2) 7 см, 9 см, 16 см? Відповідь обґрунтуйте.
123. Знайдіть сторону AB рівнобедреного трикутника ABC , якщо $BC = 7$ см, $AC = 14$ см.
124. Порівняйте кути трикутника DEF , якщо $DE < EF$ і $EF = DF$.
125. Порівняйте сторони трикутника PRS , якщо $\angle P > \angle S$ і $\angle R = \angle S$.
126. Чи існує трикутник ABC , у якому $\angle B = 44^\circ$, $\angle C = 85^\circ$, $AB = 11$ см, $AC = 12$ см?
127. Чи існує трикутник DEF , у якому $\angle D = 96^\circ$, $DF = 11$ см, $EF = 10$ см?
128. Чи може найменша сторона трикутника лежати проти кута 63° ?
129. У трикутнику DEF відомо, що $DE = 0,8$ см, $EF = 3,4$ см. Знайдіть третю сторону цього трикутника, якщо її довжина, виражена в сантиметрах, дорівнює цілому числу. Скільки розв'язків має задача?

Прямокутний трикутник

130. Один із гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 47° . Знайдіть другий гострий кут.
131. На рисунку 119 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AB = CD$. Доведіть, що $AC = BD$.
132. На рисунку 120 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $AB = CD$. Знайдіть відрізок AO , якщо $DO = 11$ см.

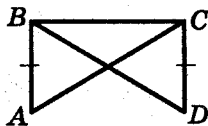


Рис. 119

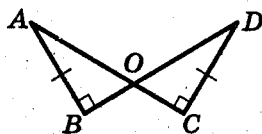


Рис. 120

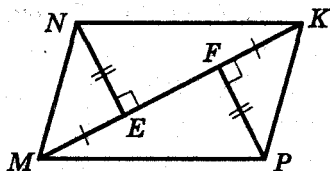


Рис. 121

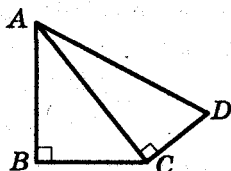


Рис. 122

133. Из точки O , яка належить куту ACB , проведено перпендикуляри OD і OE до його сторін. Знайдіть кут ACB , якщо $\angle OCB = 38^\circ$ і $OD = OE$.
134. На рисунку 121 $NE \perp MK$, $PF \perp MK$, $ME = KF$, $NE = PF$. Доведіть, що $\angle NKM = \angle PMK$.
135. Через вершину C трикутника ABC провели пряму, яка перетинає сторону AB у точці F . Из точок A і B на пряму CF опустили перпендикуляри AM і BN . Доведіть, що коли $FM = FN$, то відрізок CF — медіана трикутника ABC .
136. Прямокутні трикутники DEF ($\angle D = 90^\circ$) і DEK ($\angle E = 90^\circ$) мають спільний катет DE , а точки F і K лежать у різних півплощинах відносно прямої DE . Доведіть, що коли $\angle DFE = \angle DKE$, то прямі EF і DK паралельні.
137. Доведіть рівність прямокутних трикутників за висотою, проведеною з вершини прямого кута, і кутом, який вона утворює з одним із катетів.
138. У гострокутних трикутниках ABC і $A_1B_1C_1$ провели висоти AH і A_1H_1 . Доведіть, що коли $AB = A_1B_1$, $CH = C_1H_1$ і $\angle CAH = \angle C_1A_1H_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Властивості прямокутного трикутника

139. Сторони прямокутного трикутника дорівнюють 3 см, 4 см і 5 см. Укажіть довжини катетів і гіпотенузи цього трикутника.
140. Сторони прямокутного трикутника й висота, проведена до гіпотенузи, дорівнюють 36 см, 45 см, 60 см і 75 см. Укажіть довжини катетів цього трикутника, гіпотенузи та висоти, проведеної до гіпотенузи.

141. На рисунку 122 $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACD = 90^\circ$. Доведіть, що $AD > BC$.
142. Із точки P до прямої AB проведено похилі PA і PB та перпендикуляр PC так, що точка C лежить між точками A і B , а кут PAB дорівнює 48° . Порівняйте відрізки AC і BP .
143. У прямокутному трикутнику ABC гіпотенуза AB дорівнює 16 см, $\angle A = 30^\circ$. Знайдіть катет BC .
144. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. На катеті AC позначили точку E так, що $\angle BEC = 60^\circ$. Знайдіть катет AC , якщо $EC = 8$ см.
145. У прямокутному трикутнику DBC ($\angle C = 90^\circ$) провели висоту CK . Знайдіть кут BCK , якщо $DB = 14$ см, $BC = 7$ см.
146. У прямокутному трикутнику DEP ($\angle P = 90^\circ$) провели висоту PK . Знайдіть гіпотенузу DE , якщо $PE = 16$ см, $KE = 8$ см.
147. На рисунку 123 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAK = 90^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$. Знайдіть кут AKB , якщо $AC = 8$ см, $BK = 32$ см.
148. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Бісектриса кута B перетинає катет AC у точці D . Знайдіть відрізок AD , якщо $BD + CD = 15$ см.

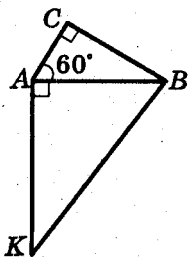


Рис. 123

Геометричне місце точок. Коло та круг

149. Які з точок на рисунку 124 належать колу із центром O ; колу із центром O ?
150. Знайдіть радіус кола, якщо його діаметр дорівнює: 1) 8 см; 2) k см.
151. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 2 см. Проведіть у цьому колі радіус, діаметр і хорду, яка не є діаметром.

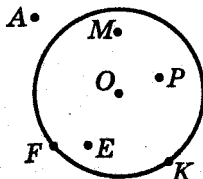


Рис. 124

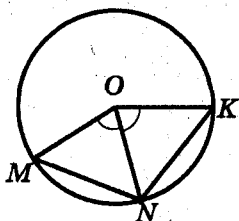


Рис. 125

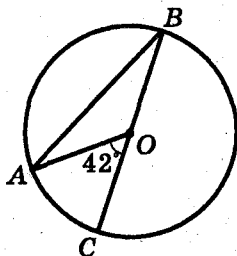


Рис. 126

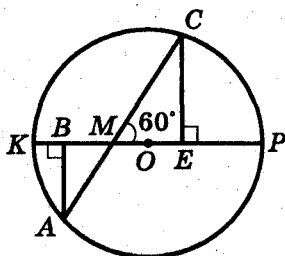


Рис. 127

152. У колі проведено радіуси OM , ON і OK (рис. 125). Знайдіть хорду MN , якщо $\angle MON = \angle NOK$ і $NK = 9$ см.
153. На рисунку 126 точка O — центр кола, $\angle AOC = 42^\circ$. Знайдіть кут ABC .
154. У колі із центром O проведено діаметр AB і хорду BC . Знайдіть кут ACO , якщо $\angle ABC = 46^\circ$.
155. На рисунку 127 хорда AC перетинає діаметр KP у точці M , $\angle ABM = \angle MEC = 90^\circ$, $\angle CME = 60^\circ$, $AC = 18$ см. Знайдіть відрізок BE .
156. Дано відрізок CD завдовжки 2 см. Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок C і D та знаходяться на відстані 3 см від прямої CD .
157. На одній зі сторін тупого кута позначено точки C і D . Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок C і D та знаходяться на відстані 2,5 см від прямої, яка містить другу сторону кута.
158. Знайдіть ГМТ, відстань від яких до центра даного кола у 2 рази більша за його радіус.
159. Прямі a і b перетинаються. Знайдіть ГМТ, які знаходяться на відстані 2 см від прямої a та на відстані 3 см від прямої b .
160. Дано точки M і N . Знайдіть ГМТ вершин K трикутників MNK таких, що медіана KA дорівнює 3 см.
161. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 3 см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих дорівнює 5 см.

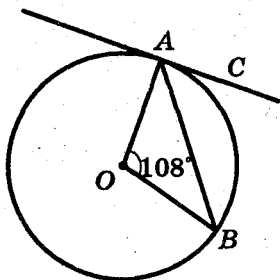


Рис. 128

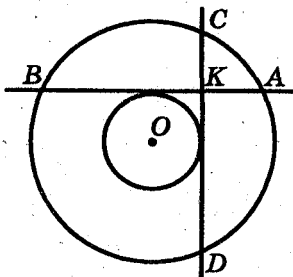


Рис. 129

162. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 3 см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих більша за 5 см.

Деякі властивості кола. Дотична до кола

163. Пряма дотикається до кола із центром O в точці C . На дотичній по різні боки від точки C позначили точки A і B такі, що $CA = CB$. Знайдіть відрізок OA , якщо $OB = 9$ см.
164. На рисунку 128 пряма AC дотикається до кола із центром O в точці A . Знайдіть кут BAC , якщо $\angle AOB = 108^\circ$.
165. На рисунку 129 два кола мають спільний центр O . До меншого з них провели перпендикулярні дотичні AB і CD , які перетинаються в точці K . Знайдіть радіус меншого кола, якщо $AK = 2$ см, $BK = 6$ см.

166. На рисунку 130 два кола мають спільний центр O . Через точку A більшого кола проведено дотичні AB і AC до меншого кола. Знайдіть радіус меншого кола, якщо радіус більшого дорівнює 8 см, а $\angle BAC = 60^\circ$.

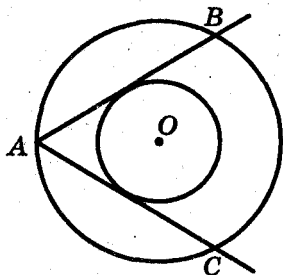


Рис. 130

167. На рисунку 131 прями AE , AF і BC дотикаються до кола в точках E , F і D відповідно. Знайдіть периметр трикутника ABC , якщо $AE = 5$ см.

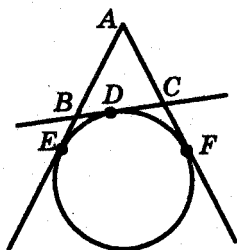


Рис. 131

Описане та вписане кола трикутника

168. Точка перетину висот DH і EK трикутника DEF є центром описаного навколо нього кола. Доведіть, що трикутник DEF рівносторонній.
169. На серединному перпендикулярі сторони AC трикутника ABC позначили точку O так, що $OC = OB$. Доведіть, що точка O — центр кола, описаного навколо трикутника ABC .
170. Знайдіть висоту рівностороннього трикутника, якщо радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює 12 см.
171. Бічна сторона рівнобедреного трикутника ділиться точкою дотику вписаного кола у відношенні 2 : 3, рахуючи від вершини кута при основі трикутника. Знайдіть основу трикутника, якщо його бічна сторона дорівнює 15 см.
172. У прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки 3 см і 10 см. Знайдіть радіус кола, якщо периметр трикутника дорівнює 30 см.
173. До кола, вписаного в рівнобедрений трикутник ABC , проведено дотичну, яка перетинає бічні сторони AB і AC у точках M і K відповідно. Знайдіть периметр трикутника ABC , якщо периметр трикутника AMK дорівнює 14 см і $AB = AC = 10$ см.
174. Коло, вписане в трикутник ABC , дотикається до сторони AB у точці D . Знайдіть сторону BC , якщо $AD = 3$ см, а периметр трикутника ABC дорівнює 22 см.

Задачі на побудову

175. Перерисуйте в зошит рисунок

132. Побудуйте коло, яке проходить через точки A , B і C .

176. Побудуйте дотичну до даного кола, яка утворює з даною прямою кут 30° . Скільки розв'язків має задача?

177. Побудуйте рівнобедрений трикутник за бісектрисою трикутника, проведеною з вершини кута при основі, та кутом при вершині.

178. Побудуйте рівнобедрений трикутник за висотою, проведеною до бічної сторони, і кутом, який ця висота утворює з основою.

179. Побудуйте рівнобедрений прямокутний трикутник за відрізком, який сполучає середини його катетів.

180. Побудуйте рівносторонній трикутник за відрізком, який сполучає середини двох його сторін.

181. Побудуйте трикутник ABC за його бісектрисою AD , кутом BAC і кутом ADC .

182. Дано коло радіуса 3 см і точку M , яка йому належить. Побудуйте точку, віддалену від точки M на 2 см і від центра кола на 1,5 см. Скільки розв'язків має задача?

183. Дано трикутник FKP . Побудуйте точку, рівновіддалену від точок F і P , яка знаходиться на відстані 1,5 см від точки K . Скільки розв'язків може мати задача?

184. Пряма a перетинає сторони кута DEF . Побудуйте точку, яка належить куту, рівновіддалена від його сторін і знаходиться на відстані 1,5 см від прямої a . Скільки розв'язків може мати задача?

185. Побудуйте прямокутний трикутник за різницею катетів і кутом, протилежним меншому з них.

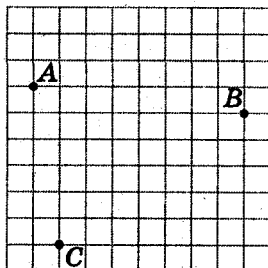


Рис. 132

Варіант 3

Точки та прямі

1. Перерисуйте в зошит рисунок 133. Через кожні дві позначені точки проведіть пряму. Запишіть усі отримані прямі.

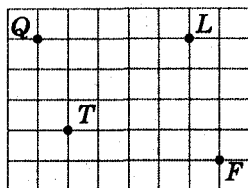


Рис. 133

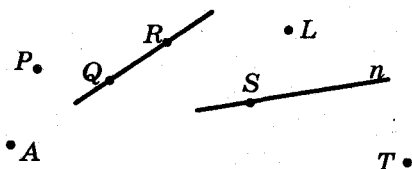


Рис. 134

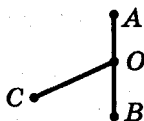
2. Проведіть пряму та позначте на ній точки A , B і C . Запишіть усі можливі позначення цієї прямої.
3. Користуючись рисунком 134:
- 1) визначте, чи перетинаються прямі QR і n ;
 - 2) укажіть усі позначені точки, які належать прямій n ; прямій QR ;
 - 3) укажіть усі позначені точки, які не належать ні прямій n , ні прямій QR .

Відрізок і його довжина

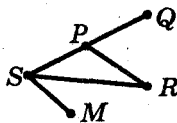
4. Укажіть, які з точок, позначених на рисунку 135, лежать між двома іншими. Для кожної вказаної трійки точок запишіть рівність, яка впливає з основної властивості довжини відрізка.
5. Укажіть усі відрізки, зображені на рисунку 136.
6. Точка T лежить між точками Q і E . Знайдіть:
- 1) відрізок QE , якщо $QT = 4,8$ см, $TE = 8,3$ см;
 - 2) відрізок QT , якщо $QE = 5$ м, $TE = \frac{7}{15}$ м.



Рис. 135



а



б

Рис. 136

7. Чи лежить точка A між точками D і C , якщо $AD = 8,6$ см, $AC = 3,7$ см, $DC = 12,1$ см? Відповідь обґрунтуйте.
8. Точка P належить відрізку SM , довжина якого дорівнює 20 см. Знайдіть довжини відрізків SP і PM , якщо:
- 1) відрізок SP на 12 см менший від відрізку PM ;
 - 2) відрізок PM у 4 рази більший за відрізок SP ;
 - 3) $SP : PM = 2 : 3$.
9. На прямій послідовно позначено точки S, P, R і T так, що $PT = 5$ см, $SR = 12$ см, $PR = 2$ см. Знайдіть відрізок ST .
10. Точка S лежить між точками R і T , точки Q і M — середини відрізків SR і ST відповідно. Знайдіть довжину відрізка RT , якщо $QM = 5,9$ дм.
11. Відрізок завдовжки 16 см поділили на чотири відрізки. Відстань між серединами середніх відрізків дорівнює 4 см. Знайдіть відстань між серединами крайніх відрізків.
12. На прямій послідовно позначили точки M, K, P, F і T так, що $MP = KF$ і $KP = FT$. Знайдіть відрізок PT , якщо $MP = 9$ см.
13. Накресліть відрізок EF , довжина якого дорівнює 6 см. Позначте на прямій EF таку точку O , що $EO - FO = 4$ см.
14. Точки O, K і M лежать на одній прямій. Знайдіть відстань між точками O і M , якщо $OK = 8,2$ см, $KM = 7,3$ см. Скільки розв'язків має задача?
15. Точки V, P, K і M лежать на одній прямій. Точка K лежить між точками P і M . Знайдіть довжину відрізка KV , якщо $PM = 11$ см, $KP = 6$ см, $VM = 17$ см. Скільки розв'язків має задача?
16. Довжина відрізка DK дорівнює 10 см. Знайдіть на прямій DK усі точки, для кожної з яких сума відстаней до кінців відрізка DK дорівнює: 1) 10 см; 2) 12 см; 3) 8 см.

Промінь. Кут. Вимірювання кутів

17. Чи перетинаються зображені на рисунку 137:

- 1) промінь OA та відрізок DS ;
- 2) пряма MN і промінь OA ?

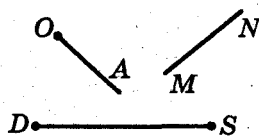


Рис. 137

18. Пряма TN перетинає прямі SP і KE в точках O і M (рис. 138).

1) Укажіть усі утворені промені з початком у точці M .

2) Укажіть пари доповняльних променів, початком яких є точка O .

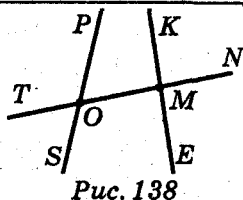


Рис. 138

19. Позначте точки S , M , P і V так, щоби промені SM і PV перетиналися, а відрізки SM і PV не перетиналися.

20. З наведених записів випишіть ті, які є позначенням кута з вершиною O , зображеного на рисунку 139: KOF ; ODP ; FOD ; DOP ; ODF ; OPK ; POD ; POK .

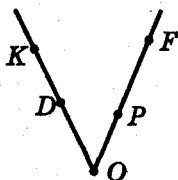
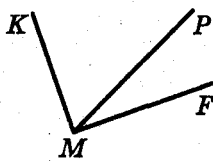
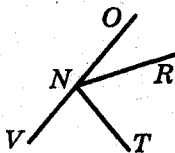


Рис. 139



а



б

Рис. 140

21. Запишіть усі кути, зображені на рисунку 140.

22. Накресліть кут ASB та проведіть промені SK і SP між його сторонами. Запишіть усі кути, що утворилися.

23. Користуючись транспортиром, знайдіть градусну міру кутів, зображених на рисунку 141. Укажіть вид кожного кута.

24. Накресліть кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 68° ; 2) 93° ; 3) 168° ; 4) 90° . Укажіть вид кожного кута.

25. Накресліть кут MOD , який дорівнює 78° . Користуючись транспортиром, проведіть його бісектрису.

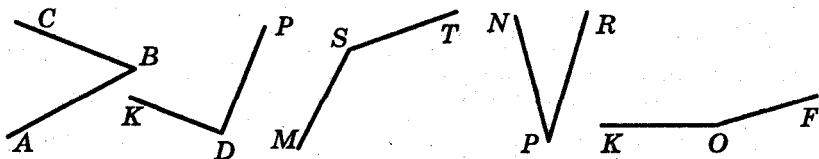


Рис. 141

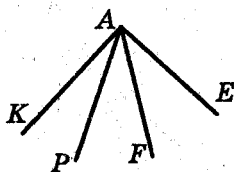


Рис. 142

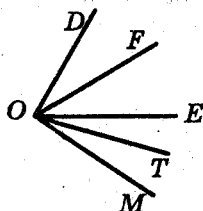


Рис. 143

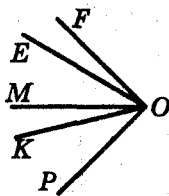


Рис. 144

26. Промінь OD проходить між сторонами кута AOB . Знайдіть кут BOD , якщо $\angle AOB = 108^\circ$, $\angle AOD = 87^\circ$.
27. Промінь SE проходить між сторонами кута ASB , який дорівнює 94° . Знайдіть кути ESA і ESB , якщо кут ESA на 32° менший від кута ESB .
28. Прямий кут поділили на три кути, градусні міри яких відносяться як $3 : 4 : 8$. Знайдіть величини цих кутів.
29. На рисунку 142 $\angle KAF = 54^\circ$, $\angle PAE = 68^\circ$, $\angle KAE = 94^\circ$. Знайдіть кут PAF .
30. На рисунку 143 $\angle DOF = \angle FOE$, $\angle EOT = \angle TOM$. Доведіть, що $\angle DOM = 2\angle FOT$.
31. Промінь OK проходить між сторонами кута POM . Промінь OF — бісектриса кута POK , промінь OT — бісектриса кута KOM . Знайдіть кут POM , якщо $\angle FOT = 76^\circ$.
32. На рисунку 144 $\angle POM = \angle KOE$ і $\angle KOM = \angle EOF$. Знайдіть кут MOF , якщо $\angle MOP = 32^\circ$.
33. На рисунку 145 промінь MF — бісектриса кута BMT . Знайдіть кут AMF , якщо $\angle BMT = 106^\circ$.
34. На рисунку 146 промінь KD — бісектриса кута AKF . Знайдіть кут AKF , якщо $\angle MKD = 116^\circ$.

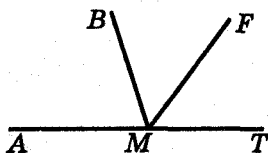


Рис. 145

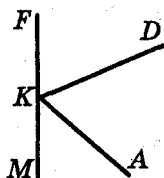


Рис. 146

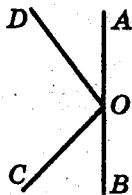


Рис. 147

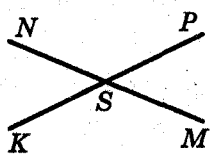


Рис. 148

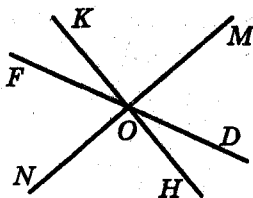


Рис. 149

Суміжні та вертикальні кути

35. Чи можуть два суміжних кути дорівнювати:

1) 84° і 96° ;

2) 23° і 147° ?

36. Знайдіть кут, суміжний з кутом: 1) 7° ; 2) 179° .

37. Запишіть усі пари суміжних кутів, зображених на рисунку 147.

38. Один із суміжних кутів у 3 рази менший від другого. Знайдіть ці кути.

39. Знайдіть суміжні кути, якщо їхні градусні міри відносяться як 7 : 8.

40. На рисунку 148 кут PSM дорівнює 58° . Знайдіть кути PSN , NSK , KSM .

41. На рисунку 149 $\angle FOK = 21^\circ$, $\angle MOD = 63^\circ$. Знайдіть кут NOH .

42. На рисунку 150 $\angle PSQ + \angle QSF + \angle FSK = 300^\circ$. Знайдіть кути PSQ і QSF .

43. Один із кутів, які утворилися при перетині двох прямих, у 22 рази більший за суму суміжних з ним кутів. Знайдіть цей кут.

44. Три прямі перетинаються в одній точці (рис. 151). Знайдіть кут 2, якщо $\angle 1 + \angle 3 = 126^\circ$.

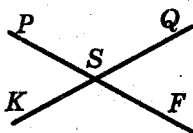


Рис. 150

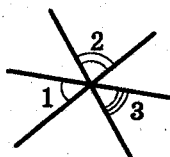


Рис. 151

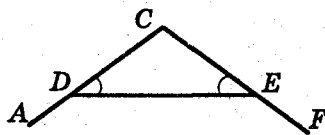


Рис. 152

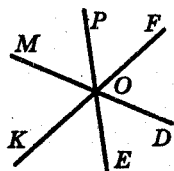


Рис. 153

45. На рисунку 152 $\angle CDE = \angle CED$. Доведіть, що $\angle ADE = \angle DEF$.
46. Кут між бісектрисою кута та променем, доповняльним до однієї з його сторін, дорівнює 116° . Знайдіть даний кут.
47. Який кут утворює бісектриса кута, що дорівнює 106° , із променем, доповняльним до однієї з його сторін?
48. На рисунку 153 прями MD , PE і KF перетинаються в точці O . Промінь OP — бісектриса кута MOF . Знайдіть кут EOF , якщо $\angle MOP = 58^\circ$.

Перпендикулярні прямі

49. Проведіть пряму l та позначте точку N , яка їй не належить. За допомогою косинця проведіть через точку N пряму, перпендикулярну до прямої l .
50. Прямі m і n перпендикулярні (рис. 154). Укажіть пари перпендикулярних відрізків, зображених на рисунку.
51. На рисунку 155 $AB \perp KS$, $MS \perp CS$. Доведіть, що $\angle ASM = \angle KSC$.
52. Кути AOB і AOC рівні, а точки B , O і C лежать на одній прямій. Доведіть, що кути AOB і AOC прямі.
53. Як, використовуючи лінійку та шаблон кута 6° , побудувати перпендикулярні прямі?

Рівні трикутники

54. Накресліть довільний трикутник. Позначте його вершини буквами D , E , F . Укажіть:
- сторону, протилежну куту E ;
 - кути, прилеглі до сторони DF .
55. Укажіть усі трикутники, зображені на рисунку 156, однією з вершин яких є точка A .

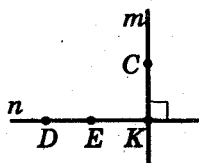


Рис. 154

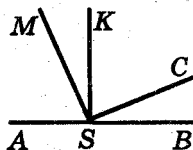


Рис. 155

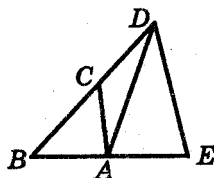


Рис. 156

56. Трикутники OST і MNP рівні. Знайдіть відрізок MP і кут T , якщо $OT = MN$, $\angle O = \angle N$, $ST = 7$ дм, $\angle M = 15^\circ$.
57. Одна зі сторін трикутника дорівнює 32 см, друга сторона у 2 рази менша від першої, а третя сторона на 19 см більша за другу. Знайдіть периметр трикутника.
58. Одна зі сторін трикутника на 39 см менша від другої та в 3 рази менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 189 см.
59. У трикутнику ABC проведено медіани BD і CE . Периметри трикутників ACE і BCE рівні, а периметр трикутника BCD менший від периметра трикутника ABD на 4 см. Знайдіть сторони трикутника ABC , якщо його периметр дорівнює 34 см.

Перша та друга ознаки рівності трикутників

60. Рівні відрізки DE і PK перетинаються в точці S так, що $DS : SE = PS : SK = 2 : 3$. Доведіть, що $\triangle DSK = \triangle PSE$.
61. На рисунку 157 $BD = DC$, $\angle ADB = \angle ADC$. Доведіть, що $\triangle ABD = \triangle ACD$.
62. На рисунку 158 серединні перпендикуляри l_1 і l_2 відрізків AB і CD перетинаються в точці O . Знайдіть відрізок OA , якщо $OB = OD$ і $OC = 7$ см.
63. Серединний перпендикуляр сторони BC трикутника ABC перетинає сторону AC у точці M . Знайдіть периметр трикутника AMB , якщо $AB = 5$ см, $AC = 14$ см.
64. На рисунку 159 $BD = BF$, $\angle BDE = \angle BFK$. Доведіть, що $\triangle ABD = \triangle CBF$.

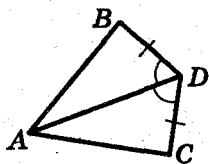


Рис. 157

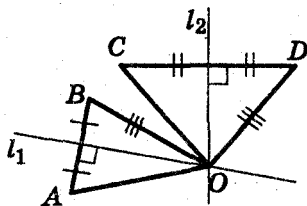


Рис. 158

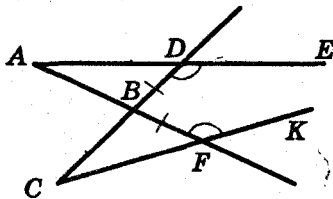


Рис. 159

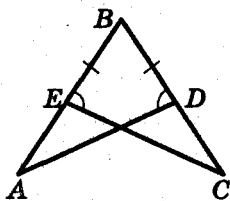


Рис. 160

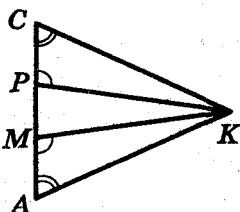


Рис. 161

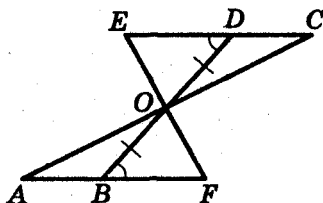


Рис. 162

65. На рисунку 160 $\angle BEC = \angle BDA$, $BE = BD$. Доведіть, що $\angle BAD = \angle BCE$.
66. На рисунку 161 $CM = PA$, $\angle C = \angle A$, $\angle CPK = \angle AMK$. Доведіть, що $\angle CKM = \angle AKP$.
67. На рисунку 162 $DO = OB$, $\angle EDO = \angle OBF$. Доведіть, що $\triangle COE = \triangle AOF$.
68. На рисунку 163 $PO = OF$, $\angle APO = \angle CFO$, $\angle ACB = \angle CAD$. Доведіть, що $\triangle ABC = \triangle ADC$.
69. На рисунку 164 $AB = BC$, $\angle ABD = \angle CBE$, $\angle BAD = \angle BCE$. Знайдіть кут BDC , якщо $\angle BEA = 100^\circ$.

Рівнобедрений трикутник та його властивості

70. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 4 см, а бічна сторона — 11 см. Знайдіть периметр трикутника.
71. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 26 см, основа — 8 см. Знайдіть бічну сторону трикутника.
72. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює 18 см. Одна з його сторін є основою рівнобедреного трикутника, периметр якого дорівнює 20 см. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника.

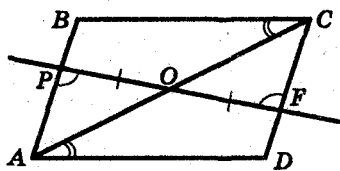


Рис. 163

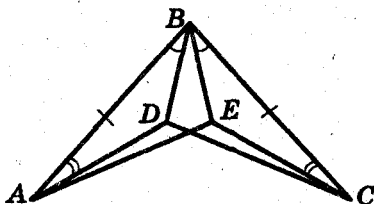


Рис. 164

73. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 46 см, а основа на 4 см більша за бічну сторону.
74. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 78 см, а бічна сторона становить 0,8 основи.
75. На рисунку 165 $MN = NK$. Доведіть, що $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.
76. У рівнобедреному трикутнику ABC ($AB = BC$) провели бісектрису BD , довжина якої дорівнює 17 см. Знайдіть периметр трикутника ABD , якщо периметр трикутника ABC дорівнює 68 см.
77. Серединний перпендикуляр сторони ME рівнобедреного трикутника KME ($KM = ME$) перетинає сторону KM у точці N . Знайдіть сторону KE , якщо $KM = 24$ см, а периметр трикутника KNE дорівнює 36 см.
78. У рівнобедреному трикутнику ABC на бічних сторонах AB і BC позначили відповідно точки D і E так, що $AD = CE$. Доведіть, що $AE = CD$.
79. Доведіть рівність рівнобедрених трикутників за основою та медіаною, проведеною до основи.

Ознаки рівнобедреного трикутника

80. На рисунку 166 $\angle 1 = \angle 2$. Доведіть, що $DE = EF$.

81. На бісектрисі DB рівнобедреного трикутника DEF з основою EF позначили точку A . Доведіть, що трикутник AEF рівнобедрений.

82. На висоті CH трикутника ABC позначили точку K . Доведіть, що коли $\angle AKH = \angle BKH$, то трикутник ABC рівнобедрений.

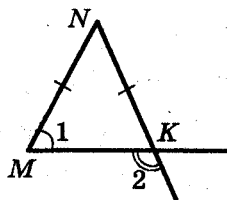


Рис. 165

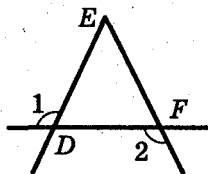


Рис. 166

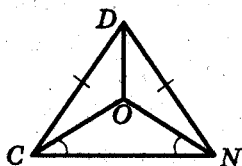


Рис. 167

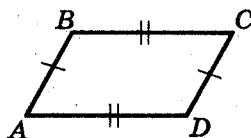


Рис. 168

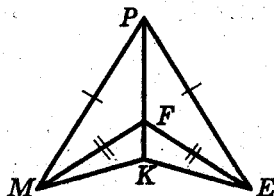


Рис. 169

83. На рисунку 167 $CD = DN$, $\angle OCN = \angle ONC$. Доведіть, що $\triangle DCO = \triangle DNO$.

84. На стороні NP трикутника DNP позначили точку C так, що $NC : CP = 3 : 2$. Бісектриса NM перпендикулярна до відрізка DC . Знайдіть сторону DN , якщо відомо, що $PC = 4$ см.

Третя ознака рівності трикутників

85. На рисунку 168 $AB = CD$, $BC = AD$. Знайдіть кут BCD , якщо $\angle BAD = 43^\circ$.

86. На сторонах AB і A_1B_1 трикутників ABC і $A_1B_1C_1$ позначили відповідно точки D і D_1 . Доведіть рівність трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, якщо $AC = A_1C_1$, $CD = C_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $AB = A_1B_1$.

87. На рисунку 169 $MP = PE$, $MF = FE$. Доведіть, що $\angle MKP = \angle EKP$.

88. На рисунку 170 $AB = CD$, $AM = CK$, $BK = DM$. Знайдіть відрізок BC , якщо $AD = 6$ см.

Паралельні прямі

89. Перерисуйте в зошит рисунок 171. Проведіть через точку N прямі, паралельні прямим b і m .

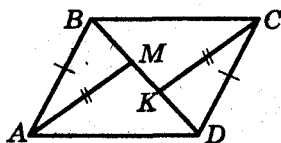


Рис. 170

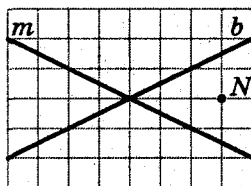


Рис. 171

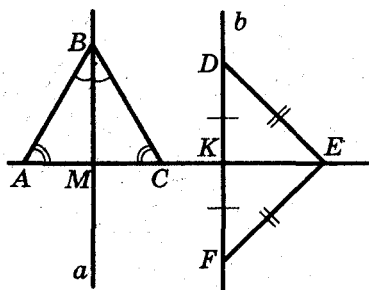


Рис. 172

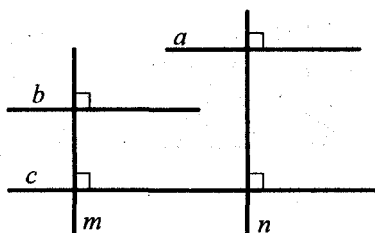


Рис. 173

90. На рисунку 172 $\angle BAM = \angle BCM$, $\angle ABM = \angle CBM$, $DK = FK$, $DE = EF$. Доведіть, що прямі a і b паралельні.
91. Доведіть, що прямі a і b паралельні (рис. 173).

Ознаки паралельності двох прямих

92. На рисунку 174 укажіть усі пари різносторонніх, односторонніх і відповідних кутів.
93. Чи паралельні прямі c і d на рисунку 175? Відповідь обґрунтуйте.
94. На рисунку 176 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$. Доведіть, що прямі a і c паралельні.
95. На рисунку 177 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Доведіть, що прямі AB і A_1B_1 паралельні.
96. На рисунку 178 $MK = KE$, $\angle NMK = \angle FMK$, $\angle MNK = \angle ENK$. Доведіть, що прямі AB і CD паралельні.

Властивості паралельних прямих

97. Знайдіть усі кути, утворені при перетині двох паралельних прямих січною, якщо один із цих кутів дорівнює 106° .

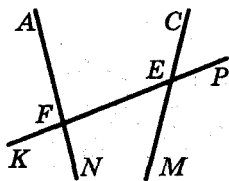


Рис. 174

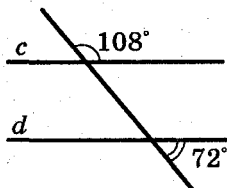


Рис. 175

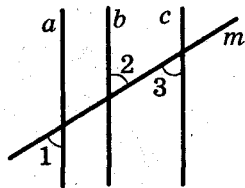


Рис. 176

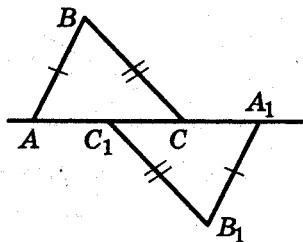


Рис. 177

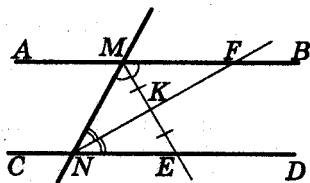
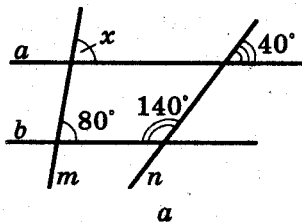


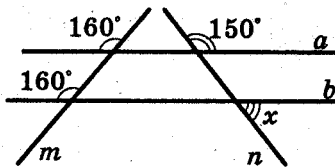
Рис. 178

98. На рисунку 179 знайдіть градусну міру кута x .

99. Один з односторонніх кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих січною, у 4 рази більший за другий. Знайдіть ці кути.



a



б

Рис. 179

100. На рисунку 180 прямі DE і FK паралельні. Доведіть, що бісектриси кутів PAE і FBM паралельні.

101. На стороні BC кута ABC позначили точку D і через неї провели пряму, паралельну стороні BA . Ця пряма перетинає бісектрису кута ABC у точці M . Знайдіть кути ABM і BDM , якщо $\angle BMD = 35^\circ$.

102. На рисунку 181 бісектриса кута CKF перетинає пряму AB у точці E , а бісектриса кута KFB перетинає пряму CD у точці P . Доведіть, що коли $EF = FK$, то $EF = KP$.

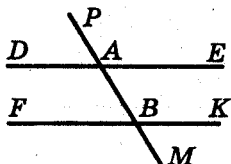


Рис. 180

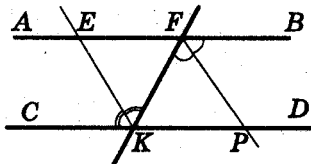


Рис. 181

103. На рисунку 182 $AB \parallel CD$.

Знайдіть кут $\angle AOC$, якщо $\angle BAO = 150^\circ$, $\angle OCD = 20^\circ$.

Сума кутів трикутника

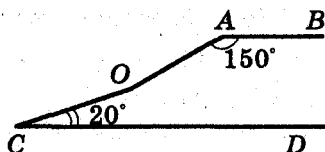


Рис. 182

104. Знайдіть кут трикутника,

якщо два інші його кути дорівнюють 31° і 24° .

105. Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 29° .

Знайдіть кут при вершині цього трикутника.

106. Знайдіть на рисунку 183 невідомі кути трикутника DEF .

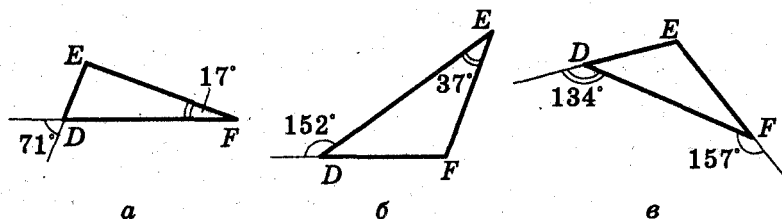


Рис. 183

107. Знайдіть на рисунку 184 невідомі кути рівнобедреного трикутника DEF ($DF = FE$).

108. Знайдіть кути трикутника ABC , якщо $\angle A + \angle B = 20^\circ$, $\angle A + \angle C = 175^\circ$.

109. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо кут при основі у 7 разів менший від кута при вершині.

110. Знайдіть кути трикутника, якщо їхні градусні міри відносяться як $2 : 7 : 9$.

111. Один із кутів трикутника дорівнює 96° . Чи може зовнішній кут трикутника, не суміжний з ним, дорівнювати:
1) 92° ; 2) 97° ?

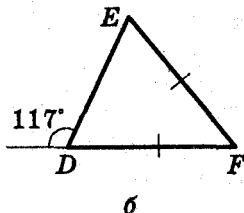
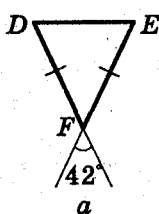


Рис. 184

112. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 87° , а один із кутів трикутника, не суміжний з ним, — 48° . Знайдіть другий кут трикутника, не суміжний з даним зовнішнім.
113. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 128° . Знайдіть кути трикутника, не суміжні з ним, якщо один із них у 7 раз більший за другий.
114. Два зовнішніх кути трикутника дорівнюють 152° і 141° . Знайдіть третій зовнішній кут трикутника.
115. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо один із них у 4 рази менший від другого. Скільки розв'язків має задача?
116. Бісектриси кутів A і B трикутника ABC перетинаються в точці O . Знайдіть кут ACB , якщо $\angle AOB = 130^\circ$.
117. Один із кутів, утворених при перетині бісектрис двох кутів рівнобедреного трикутника, дорівнює 130° . Знайдіть кути трикутника. Скільки розв'язків має задача?
118. У трикутнику DME проведено висоту DH і бісектрису DK . Знайдіть кут HDK , якщо $\angle DME = 63^\circ$, $\angle DEM = 19^\circ$.
119. Один із кутів трикутника дорівнює 120° . Висота й бісектриса, проведені з вершини цього кута, утворюють кут, який дорівнює 40° . Знайдіть невідомі кути трикутника.
120. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведено бісектрису AD . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle ADC = 64^\circ$.
121. Висота CH і бісектриса BM прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) перетинаються в точці K . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle HKM = 116^\circ$.
122. Чи існує трикутник зі сторонами: 1) 9 см, 11 см, 20 см; 2) 6 см, 4 см, 11 см? Відповідь обґрунтуйте.
123. Знайдіть сторону AB рівнобедреного трикутника ABC , якщо $AC = 8$ см, $BC = 3$ см.
124. Порівняйте кути трикутника PKE , якщо $PK > PE$ і $PK = KE$.

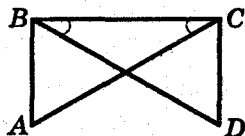


Рис. 185

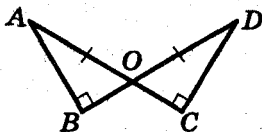


Рис. 186

125. Порівняйте сторони трикутника ABC , якщо $\angle A < \angle B$ і $\angle B < \angle C$.
126. Чи існує трикутник DEF , у якому $\angle E = 72^\circ$, $\angle F = 43^\circ$, $DE = 16$ см, $DF = 14$ см?
127. Чи існує трикутник MPK , у якому $\angle P = 110^\circ$, $MK = 8$ см, $PK = 9$ см?
128. Чи може найбільша сторона трикутника лежати проти кута 54° ?
129. У трикутнику MNK відомо, що $MN = 0,9$ см, $MK = 3,7$ см. Знайдіть третю сторону цього трикутника, якщо її довжина, виражена в сантиметрах, дорівнює цілому числу. Скільки розв'язків має задача?

Прямокутний трикутник

130. Один із гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 1° . Знайдіть другий гострий кут.
131. На рисунку 185 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle DBC$. Доведіть, що $AB = CD$.
132. На рисунку 186 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $AO = DO$. Знайдіть відрізок CD , якщо $AB = 7$ см.
133. Із точки D , яка належить куту ABC , проведено перпендикуляри DE і DF до його сторін. Знайдіть кут DBE , якщо $\angle DBF = 36^\circ$ і $\angle BDE = \angle BDF$.
134. На рисунку 187 $NE \perp MK$, $PF \perp MK$, $MN = KP$, $NE = PF$. Доведіть, що $MP = NK$.
135. У трикутнику ABC провели медіану BM . Із точок A і C на пряму BM опустили перпендикуляри AK і CN . Доведіть, що $AK = CN$.

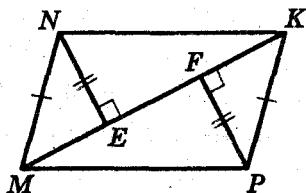


Рис. 187

136. Прямокутні трикутники ABC і ADC мають спільну гіпотенузу AC , а точки B і D лежать у різних півплощинах відносно прямої AC . Доведіть, що коли $\angle BAC = \angle ACD$, то прямі BC і AD паралельні.
137. Доведіть рівність прямокутних трикутників за гострим кутом і бісектрисою, проведеною з вершини другого гострого кута.
138. У гострокутних трикутниках ABC і $A_1B_1C_1$ провели висоти CM і C_1M_1 . Доведіть, що коли $AM = A_1M_1$, $CM = C_1M_1$ і $\angle B = \angle B_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Властивості прямокутного трикутника

139. Сторони прямокутного трикутника дорівнюють 8 см, 15 см і 17 см. Укажіть довжини катетів і гіпотенузи цього трикутника.
140. Сторони прямокутного трикутника і висота, проведена до гіпотенузи, дорівнюють 48 см, 60 см, 80 см і 100 см. Укажіть довжини катетів цього трикутника, гіпотенузи та висоти, проведеної до гіпотенузи.

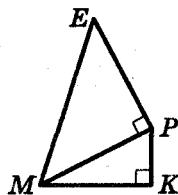
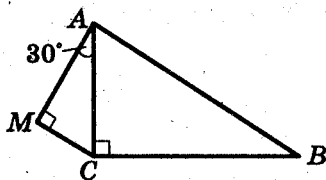


Рис. 188

141. На рисунку 188 $\angle MKP = 90^\circ$, $\angle EPM = 90^\circ$. Доведіть, що $ME > MK$.
142. Із точки D до прямої AB проведено похилі DA і DB та перпендикуляр DC так, що точка C лежить між точками A і B , а кут ADC дорівнює 38° . Порівняйте відрізки DB і AC .
143. У прямокутному трикутнику CFO гіпотенуза CO дорівнює 42 см, $\angle O = 60^\circ$. Знайдіть катет FO .
144. У трикутнику KPE відомо, що $\angle P = 90^\circ$, $\angle K = 30^\circ$. На катеті PK позначили точку F так, що $\angle PEF = 30^\circ$. Знайдіть відрізок KF , якщо $FP = 6$ см.
145. У прямокутному трикутнику DEP ($\angle P = 90^\circ$) провели висоту PK . Знайдіть кут PDE , якщо $PE = 6$ см, $KE = 3$ см.

146. У прямокутному трикутнику DVC ($\angle C = 90^\circ$) провели висоту $СК$. Знайдіть відрізок BK , якщо $DB = 20$ см, $BC = 10$ см.



147. На рисунку 189 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle AMC = 90^\circ$, $\angle MAC = 30^\circ$.

Рис. 189

Знайдіть кут BAC , якщо $AB = 40$ см, $MC = 10$ см.

148. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Бісектриса кута B перетинає катет AC у точці M . Знайдіть відрізок BM , якщо $AM - CM = 4$ см.

Геометричне місце точок. Коло та круг

149. Які з точок на рисунку 190 належать колу із центром O ; колу із центром O ?

150. Знайдіть діаметр кола, якщо його радіус дорівнює: 1) 15 см; 2) a см.

151. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 2,5 см. Проведіть у цьому колі радіус, діаметр і хорду, яка не є діаметром.

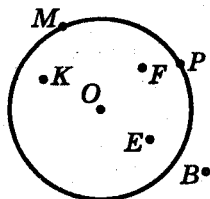


Рис. 190

152. У колі проведено радіуси OA , OB і OC (рис. 191). Знайдіть кут OCB , якщо $\angle AOB = \angle BOC$ і $\angle OAB = 58^\circ$.

153. На рисунку 192 точка O — центр кола, $\angle ADF = 63^\circ$. Знайдіть кут AOF .

154. У колі із центром O проведено діаметр AD і хорду DE . Знайдіть кут AEO , якщо $\angle ADE = 34^\circ$.

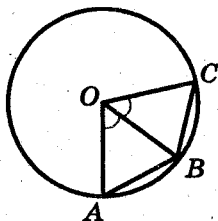


Рис. 191

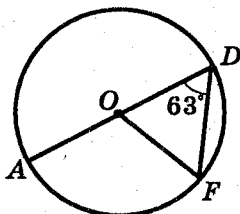


Рис. 192

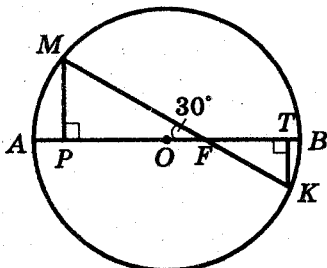
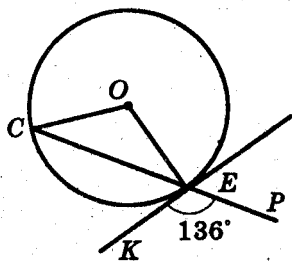


Рис. 193

155. На рисунку 193 хорда MK перетинає діаметр AB у точці F , $\angle MPF = \angle KTF = 90^\circ$, $\angle MFP = 30^\circ$, $MK = 22$ см. Знайдіть суму довжин відрізків MP і KT .
156. Дано відрізок EF завдовжки 4 см. Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок E і F та знаходяться на відстані 2 см від прямої EF .
157. На одній зі сторін гострого кута позначено точки E і F . Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок E і F та знаходяться на відстані 2 см від прямої, яка містить другу сторону кута.
158. Знайдіть ГМТ, відстань від яких до центра даного кола в 3 рази менша від його радіуса.
159. Прямі a і b перетинаються. Знайдіть ГМТ, які знаходяться на відстані 3 см від прямої a та на відстані 5 см від прямої b .
160. Дано точки E і F . Знайдіть ГМТ вершин D трикутників DEF таких, що медіана DM дорівнює 2,5 см.
161. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 1,5 см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих дорівнює 2 см.
162. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 2 см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих більша за 4 см.

Деякі властивості кола. Дотична до кола

163. Пряма дотикається до кола із центром O у точці M . На дотичній по різні боки від точки M позначили точки K і P так, що $\angle MOK = \angle MOP$. Знайдіть кут OKM , якщо $\angle OPM = 48^\circ$.



164. На рисунку 194 пряма KE дотикається до кола із центром O в точці E . Знайдіть кут COE , якщо $\angle KEP = 136^\circ$.

Рис. 194

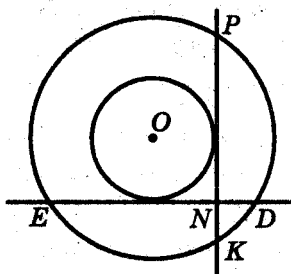


Рис. 195

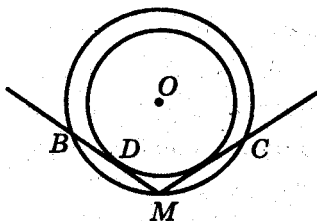


Рис. 196

165. На рисунку 195 два кола мають спільний центр O . До меншого з них провели перпендикулярні дотичні DE і KP , які перетинаються в точці N . Знайдіть відрізок DN , якщо $DE = 10$ см, а радіус меншого кола дорівнює 3 см.
166. На рисунку 196 два кола мають спільний центр O . Через точку M більшого кола проведено дотичні MB і MC до меншого кола, D — точка дотику. Знайдіть радіус більшого кола, якщо $MD = 14$ см, а $\angle BMC = 120^\circ$.
167. На рисунку 197 прями MB , MC і DE дотикаються до кола в точках B , C і F відповідно. Знайдіть відрізок MC , якщо периметр трикутника MDE дорівнює 24 см.

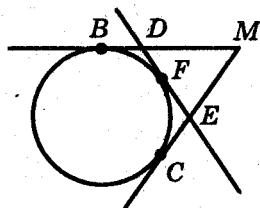


Рис. 197

Описане та вписане кола трикутника

168. Точка перетину медіан AN і CM трикутника ABC є центром вписаного в нього кола. Доведіть, що трикутник ABC рівносторонній.
169. Із точки O , яка належить бісектрисі BM трикутника ABC , проведено перпендикуляри OK і OF відповідно до сторін AB і AC . Доведіть, що коли $OK = OF$, то точка O — центр кола, вписаного в трикутник ABC .

170. Знайдіть радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника, якщо радіус кола, вписаного в цей трикутник, дорівнює 7 см.
171. Бічна сторона рівнобедреного трикутника ділиться точкою дотику вписаного кола у відношенні 6 : 5, рахуючи від вершини кута при основі трикутника. Знайдіть бічну сторону трикутника, якщо його периметр дорівнює 68 см.
172. У прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки 6 см і 9 см. Знайдіть периметр трикутника, якщо радіус кола дорівнює 3 см.
173. До кола, вписаного в рівнобедрений трикутник ABC , проведено дотичну, яка перетинає бічні сторони AB і BC у точках P і K відповідно. Знайдіть бічну сторону трикутника ABC , якщо периметр трикутника $BPК$ дорівнює 8 см і $AC = 12$ см.
174. Коло, вписане в трикутник ABC , дотикається до сторони AC у точці E . Знайдіть відрізок AE , якщо $BC = 8$ см, а периметр трикутника ABC дорівнює 20 см.

Задачі на побудову

175. Перерисуйте в зошит рисунок 198. Побудуйте коло, яке проходить через точки S , T і F .

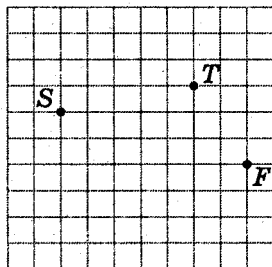


Рис. 198

176. Побудуйте дотичну до даного кола, яка утворює з даною прямою прямий кут. Скільки розв'язків має задача?
177. Побудуйте рівнобедрений трикутник за бісектрисою трикутника, проведеною з вершини кута при основі, та кутом, який ця бісектриса утворює з основою.
178. Побудуйте рівнобедрений трикутник за висотою, проведеною до основи, і кутом, який ця висота утворює з бічною стороною.

179. Побудуйте рівнобедрений прямокутний трикутник за перпендикуляром, проведеним із середини гіпотенузи до одного з катетів.
180. Побудуйте рівносторонній трикутник за перпендикуляром, проведеним із середини однієї зі сторін до іншої сторони.
181. Побудуйте трикутник ABC за його медіаною CM , кутом BCM і кутом BMC .
182. Дано пряму b і точку A , яка їй належить. Побудуйте точку, віддалену від точки A на 3 см, а від прямої b — на 2 см. Скільки розв'язків має задача?
183. Дано трикутник ABC . Побудуйте точку, рівновіддалену від точок B і C , яка знаходиться на відстані 2,5 см від точки A . Скільки розв'язків може мати задача?
184. Пряма m перетинає сторони кута MON . Побудуйте точку, яка належить куту, рівновіддалена від його сторін і знаходиться на відстані 2,5 см від прямої m . Скільки розв'язків може мати задача?
185. Побудуйте прямокутний трикутник за різницею катетів і кутом, протилежним більшому з них.

Варіант 4

Точки та прямі

1. Перерисуйте в зошит рисунок 199. Через кожні дві позначені точки проведіть пряму. Запишіть усі отримані прямі.

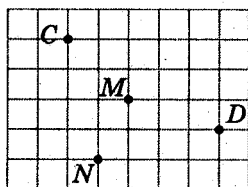


Рис. 199

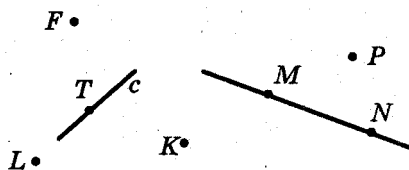


Рис. 200

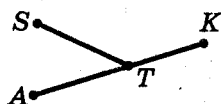
2. Проведіть пряму та позначте на ній точки P , Q і R . Запишіть усі можливі позначення цієї прямої.
3. Користуючись рисунком 200:
- 1) визначте, чи перетинаються прямі MN і c ;
 - 2) укажіть усі позначені точки, які належать прямій c ; прямій MN ;
 - 3) укажіть усі позначені точки, які не належать ні прямій c , ні прямій MN .

Відрізок і його довжина

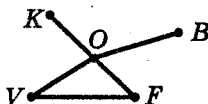
4. Укажіть, які з точок, позначених на рисунку 201, лежать між двома іншими. Для кожної вказаної трійки точок запишіть рівність, яка випливає з основної властивості довжини відрізка.
5. Укажіть усі відрізки, зображені на рисунку 202.
6. Точка S лежить між точками P і K . Знайдіть:
- 1) відрізок PK , якщо $PS = 3,4$ дм, $SK = 1,9$ дм;
 - 2) відрізок PS , якщо $PK = 3$ м, $SK = \frac{4}{11}$ м.



Рис. 201



а



б

Рис. 202

7. Чи лежить точка Q між точками P і R , якщо $PQ = 4,7$ дм, $QR = 5,8$ дм, $PR = 9,5$ дм? Відповідь обґрунтуйте.
8. Точка V належить відрізку KO , довжина якого дорівнює 28 см. Знайдіть довжини відрізків KV і VO , якщо:
- 1) відрізок VO на 18 см більший за відрізок KV ;
 - 2) відрізок KV у 3 рази менший від відрізка VO ;
 - 3) $KV : VO = 2 : 5$.
9. На прямій послідовно позначено точки F , E , K і T так, що $FK = 7$ см, $FT = 14$ см, $ET = 10$ см. Знайдіть відрізок KE .
10. Точка A лежить між точками X і Y , точки O і P — середини відрізків AX і AY відповідно. Знайдіть довжину відрізка OP , якщо $XY = 7,8$ см.
11. Відрізок завдовжки 12 см поділили на чотири відрізки. Відстань між серединами крайніх відрізків дорівнює 8 см. Знайдіть відстань між серединами середніх відрізків.
12. На прямій послідовно позначили точки M , P , K , E і N так, що $MK = PE$ і $PK = EN$. Знайдіть відрізок MK , якщо $KN = 8$ см.
13. Накресліть відрізок CD , довжина якого дорівнює 4 см. Позначте на прямій CD точку K так, щоб $CK - KD = 1$ см.
14. Точки D , E і F лежать на одній прямій. Знайдіть відстань між точками D і F , якщо $DE = 3,6$ см, $EF = 2,9$ см. Скільки розв'язків має задача?
15. Точки P , R , S і T лежать на одній прямій. Точка R лежить між точками P і S . Знайдіть довжину відрізка RT , якщо $PS = 9$ см, $SR = 8$ см, $PT = 16$ см. Скільки розв'язків має задача?

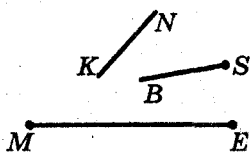


Рис. 203

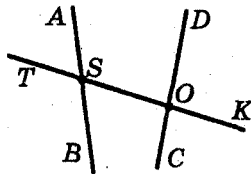


Рис. 204

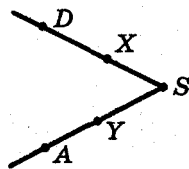


Рис. 205

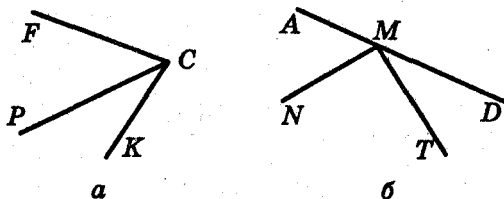


Рис. 206

16. Довжина відрізка CF дорівнює 9 см. Знайдіть на прямій CF усі точки, для кожної з яких сума відстаней до кінців відрізка CF дорівнює: 1) 9 см; 2) 10 см; 3) 6 см.

Промінь. Кут. Вимірювання кутів

17. Чи перетинаються зображені на рисунку 203:

1) промінь SB і відрізок ME ; 2) пряма KN і промінь SB ?

18. Пряма KT перетинає прямі AB і CD у точках S і O (рис. 204).

1) Укажіть усі утворені промені з початком у точці S .

2) Укажіть пари доповняльних променів, початком яких є точка O .

19. Позначте точки S , Q , B і C так, щоби прямі SQ і BC перетиналися, а промінь SQ не перетинав відрізок BC .

20. З наведених записів випишіть ті, які є позначенням кута з вершиною S , зображеного на рисунку 205: DSA , SDY , SDX , ASX , DSY , XSY , ASD , XSA .

21. Запишіть усі кути, зображені на рисунку 206.

22. Накресліть кут MXD та проведіть промені XE і XF між його сторонами. Запишіть усі кути, що утворилися.

23. Користуючись транспортиром, знайдіть градусну міру кутів, зображених на рисунку 207. Укажіть вид кожного кута.

24. Накресліть кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 73° ; 2) 90° ; 3) 89° ; 4) 173° . Укажіть вид кожного кута.

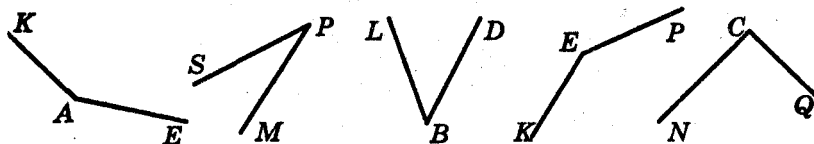


Рис. 207

25. Накресліть кут MTF , який дорівнює 132° . Користуючись транспортиром, проведіть його бісектрису.
26. Промінь BN проходить між сторонами кута ABC . Знайдіть кут ABN , якщо $\angle ABC = 83^\circ$, $\angle CBN = 69^\circ$.
27. Промінь QM проходить між сторонами кута CQF , який дорівнює 69° . Знайдіть кути MQC і MQF , якщо кут MQC на 27° більший за кут MQF .
28. Розгорнутий кут поділили на три кути, градусні міри яких відносяться як $3 : 5 : 7$. Знайдіть величини цих кутів.
29. На рисунку 208 $\angle AOK = 84^\circ$, $\angle BOC = 73^\circ$, $\angle BOK = 27^\circ$. Знайдіть кут AOC .
30. На рисунку 209 $\angle DOK = \angle MOP$, $\angle POK = \angle TOM$. Доведіть, що $\angle DOT = 2\angle KOM$.
31. Промінь SA проходить між сторонами кута BSC . Промінь SD — бісектриса кута BSA , промінь SE — бісектриса кута CSA . Знайдіть кут BSC , якщо $\angle DSE = 63^\circ$.
32. На рисунку 210 $\angle PSM = \angle KSE$ і $\angle KSM = \angle ESF$. Знайдіть кут MSF , якщо $\angle PSM = 38^\circ$.
33. На рисунку 211 промінь TD — бісектриса кута ATR . Знайдіть кут CTD , якщо $\angle ATR = 116^\circ$.
34. На рисунку 212 промінь DA — бісектриса кута PDQ . Знайдіть кут PDQ , якщо $\angle ADN = 164^\circ$.

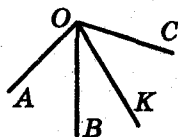


Рис. 208

Суміжні та вертикальні кути

35. Чи можуть два суміжних кути дорівнювати:

1) 31° і 159° ;

2) 142° і 38° ?

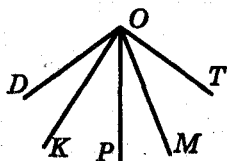


Рис. 209

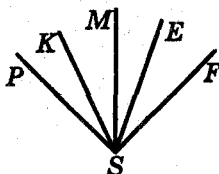


Рис. 210

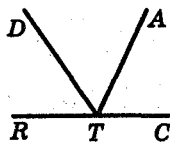


Рис. 211

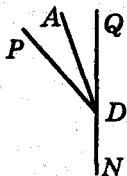


Рис. 212

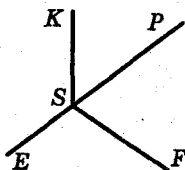


Рис. 213

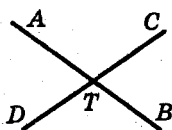


Рис. 214

36. Знайдіть кут, суміжний з кутом: 1) 5° ; 2) 101° .

37. Запишіть усі пари суміжних кутів, зображених на рисунку 213.

38. Один із суміжних кутів в 11 разів менший від другого. Знайдіть ці кути.

39. Знайдіть суміжні кути, якщо їхні градусні міри відносяться як 3 : 7.

40. На рисунку 214 кут CTB дорівнює 71° . Знайдіть кути CTA , ATD , DTB .

41. На рисунку 215 $\angle MPD = 103^\circ$, $\angle FPK = 49^\circ$. Знайдіть кут EPT .

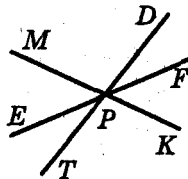


Рис. 215

42. На рисунку 216 $\angle KNH + \angle KNM + \angle MNE = 215^\circ$. Знайдіть кути KNH і KNM .

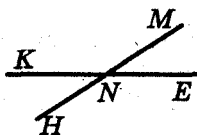


Рис. 216

43. Один із кутів, які утворилися при перетині двох прямих, у 4 рази більший за суму суміжних з ним кутів. Знайдіть цей кут.

44. Три прямі перетинаються в одній точці (рис. 217). Знайдіть суму кутів 2 і 3, якщо $\angle 1 = 48^\circ$.

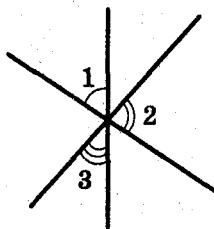


Рис. 217

45. На рисунку 218 $\angle CBA = \angle BDF$.

Доведіть, що $\angle ABK = \angle CDB$.

46. Кут між бісектрисою кута та променем, доповняльним до однієї з його сторін, дорівнює 164° . Знайдіть даний кут.

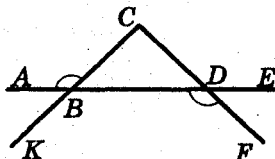


Рис. 218

47. Який кут утворює бісектриса кута, що дорівнює 126° , із променем, доповняльним до однієї з його сторін?
48. На рисунку 219 прямі DE , KF і PT перетинаються в точці S . Промінь SP — бісектриса кута ESK . Знайдіть кут DSP , якщо $\angle ESK = 64^\circ$.

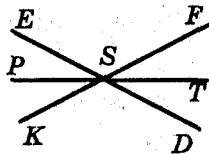


Рис. 219

Перпендикулярні прямі

49. Проведіть пряму p та позначте точку F , яка їй не належить. За допомогою косинця проведіть через точку F пряму, перпендикулярну до прямої p .
50. Прямі p і l перпендикулярні (рис. 220). Укажіть пари перпендикулярних відрізків, зображених на рисунку.
51. На рисунку 221 $\angle MKS = \angle EKP$, $\angle EKT = \angle PKS$. Доведіть, що $MP \perp TK$.
52. Кути FMN і FMK рівні, а точки K , M і N лежать на одній прямій. Доведіть, що кути FMN і FMK прямі.
53. Як, використовуючи лінійку та шаблон кута 5° , побудувати перпендикулярні прямі?

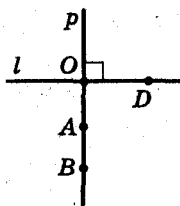


Рис. 220

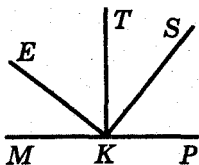


Рис. 221

Рівні трикутники

54. Накресліть довільний трикутник. Позначте його вершини буквами M , O , N . Укажіть:
- сторону, протилежну куту O ;
 - кути, прилеглі до сторони MN .
55. Укажіть усі трикутники, зображені на рисунку 222, однією з вершин яких є точка A .
56. Трикутники SKT і ABE рівні. Знайдіть відрізок BE та кут K , якщо $ST = AE$, $\angle T = \angle E$, $KT = 15$ см, $\angle B = 108^\circ$.

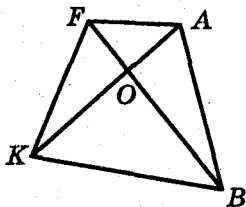


Рис. 222

57. Одна зі сторін трикутника дорівнює 48 см, друга сторона у 2 рази більша за першу, а третя сторона на 17 см менша від другої. Знайдіть периметр трикутника.
58. Одна зі сторін трикутника на 27 см менша від другої та у 2 рази менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 163 см.
59. У трикутнику ABC проведено медіани AM і CD . Периметри трикутників ACD і BCD рівні, а периметр трикутника ABC дорівнює 32 см. Знайдіть сторони трикутника ABC , якщо $AC : AB = 5 : 6$.

Перша та друга ознаки рівності трикутників

60. Рівні відрізки MN і SV перетинаються в точці A так, що $MA : AN = SA : AV = 3 : 5$. Доведіть, що $\triangle MAV = \triangle SAN$.
61. На рисунку 223 $\angle MPK = \angle PFK$, $MF = FP$. Доведіть, що $\triangle MPK = \triangle PFK$.
62. На рисунку 224 серединні перпендикуляри l_1 і l_2 відрізків AB і CD перетинаються в точці O . Знайдіть відрізок OB , якщо $OA = OC$ і $OD = 9$ см.
63. Серединний перпендикуляр сторони AC трикутника ABC перетинає сторону AB у точці E . Знайдіть сторону AB , якщо $BC = 4$ см, а периметр трикутника BEC дорівнює 16 см.
64. На рисунку 225 $BD = FD$, $\angle MBC = \angle KFE$. Доведіть, що $\triangle BCD = \triangle FED$.

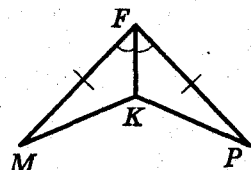


Рис. 223

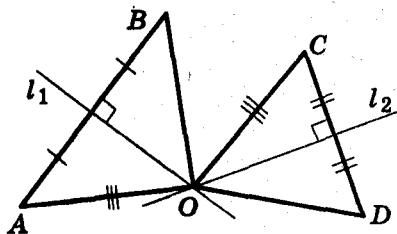


Рис. 224

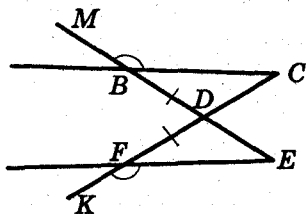


Рис. 225

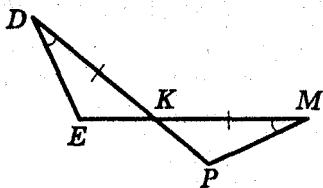


Рис. 226

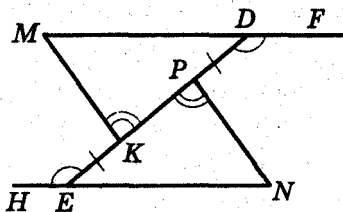


Рис. 227

65. На рисунку 226 $\angle EDK = \angle PMK$, $DK = KM$. Доведіть, що $KE = KP$.

66. На рисунку 227 $\angle FDP = \angle KEN$, $DP = KE$, $\angle MKD = \angle NPE$. Доведіть, що $MD = NE$.

67. На рисунку 228 $EO = OF$, $\angle E = \angle F$. Доведіть, що $\triangle COD = \triangle AOB$.

68. На рисунку 229 $AO = OC$, $MO = OK$, $AD = BC$. Доведіть, що $\triangle ABC = \triangle ADC$.

69. На рисунку 230 $BD = BE$, $\angle BDC = \angle BEA$, $\angle ABE = \angle CBD$. Знайдіть кут BAD , якщо $\angle BCE = 27^\circ$.

Рівнобедрений трикутник та його властивості

70. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 11 см, а бічна сторона — 8 см. Знайдіть периметр трикутника.

71. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 29 см, а бічна сторона — 9 см. Знайдіть основу трикутника.

72. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює 24 см. Одна з його сторін є бічною стороною рівнобедреного три-

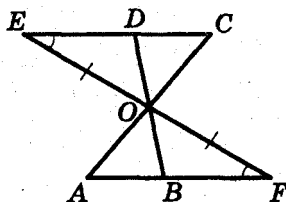


Рис. 228

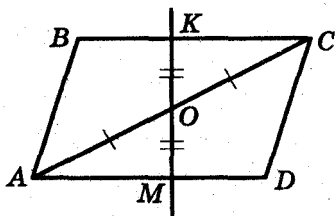


Рис. 229

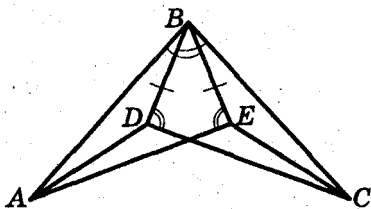


Рис. 230

кутника, периметр якого дорівнює 20 см. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника.

73. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 63 см, а бічна сторона на 6 см більша за основу.

74. Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 87 см, а основа становить 0,9 бічної сторони.

75. На рисунку 231 $TK = KF$. Доведіть, що $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

76. У рівнобедреному трикутнику MKP ($MK = KP$) провели бісектрису KE . Знайдіть її довжину, якщо периметр трикутника MKP дорівнює 72 см, а периметр трикутника MKE — 48 см.

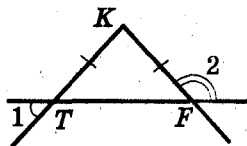


Рис. 231

77. Серединний перпендикуляр сторони DE рівнобедреного трикутника DEF ($DE = EF$) перетинає сторону DF у точці K . Знайдіть сторону DF , якщо $DE = 21$ см, а периметр трикутника EKF дорівнює 60 см.

78. У рівнобедреному трикутнику ACK на бічних сторонах AC і CK позначили відповідно точки D і F так, що $CD = CF$. Доведіть, що $\angle DKA = \angle FAK$.

79. Доведіть рівність рівнобедрених трикутників за основою та бісектрисою трикутника, проведеною з вершини рівнобедреного трикутника.

Ознаки рівнобедреного трикутника

80. На рисунку 232 $\angle 1 = \angle 2$. Доведіть, що $PM = PE$.

81. Дано рівнобедрений трикутник ABC з основою AC . На продовженні його медіани BD за точку D позначили точку K . Доведіть, що трикутник AKC рівнобедрений.

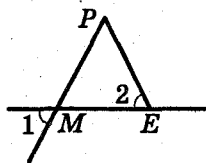


Рис. 232

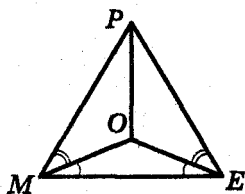


Рис. 233

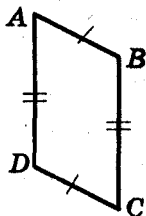


Рис. 234

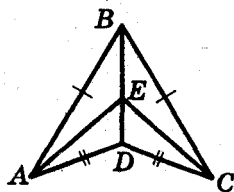


Рис. 235

82. На медіані BM трикутника ABC позначили точку K . Доведіть, що коли $\angle AKM = \angle CKM$, то трикутник ABC рівнобедрений.
83. На рисунку 233 $\angle OME = \angle OEM$, $\angle PMO = \angle PEO$. Доведіть, що $\triangle MOP = \triangle EOP$.
84. На стороні QD трикутника TQD позначили точку F так, що $DF : FQ = 1 : 4$. Бісектриса QE перетинає відрізок TF у його середині. Знайдіть відрізок TQ , якщо відомо, що $DF = 3$ см.

Третя ознака рівності трикутників

85. На рисунку 234 $AB = CD$, $BC = AD$. Знайдіть кут ADC , якщо $\angle ABC = 118^\circ$.
86. На сторонах BC і B_1C_1 трикутників ABC і $A_1B_1C_1$ позначили відповідно точки D і D_1 . Доведіть рівність трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, якщо $AD = A_1D_1$, $BD = B_1D_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$.
87. На рисунку 235 $AB = BC$ і $AD = DC$. Доведіть, що $AE = EC$.
88. На рисунку 236 $AB = CD$, $BC = AD$, $\angle BAF = \angle DCE$. Знайдіть відрізок CE , якщо $AF = 8$ см.

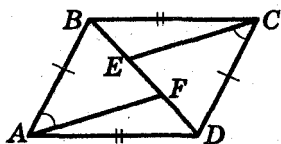


Рис. 236

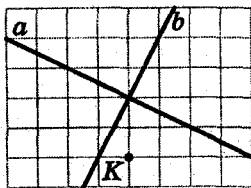


Рис. 237

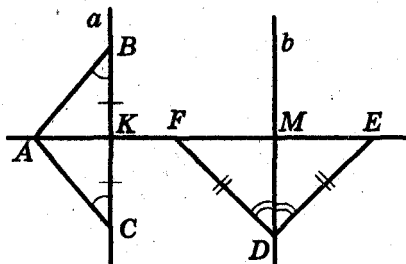


Рис. 238

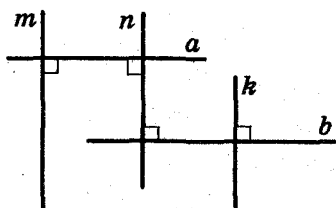


Рис. 239

Паралельні прямі

89. Перерисуйте в зошит рисунок 237. Проведіть через точку K прямі, паралельні прямим a і b .
90. На рисунку 238 $\angle ABC = \angle ACB$, $BK = KC$, $DF = DE$, $\angle FDM = \angle EDM$. Доведіть, що прямі a і b паралельні.
91. Доведіть, що прямі m і k паралельні (рис. 239).

Ознаки паралельності двох прямих

92. На рисунку 240 укажіть усі пари різносторонніх, односторонніх і відповідних кутів.
93. Чи паралельні прямі a і c на рисунку 241? Відповідь обґрунтуйте.
94. На рисунку 242 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. Доведіть, що прямі a і c паралельні.

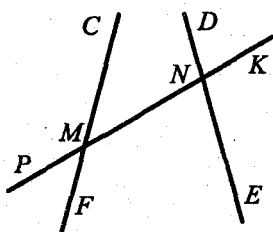


Рис. 240

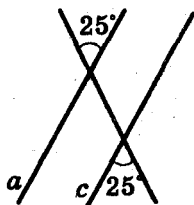


Рис. 241

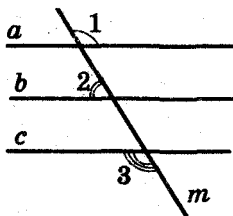


Рис. 242

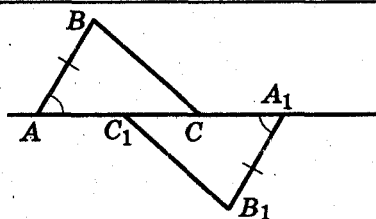


Рис. 243

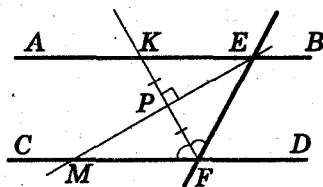


Рис. 244

95. На рисунку 243 $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$.

Доведіть, що прямі BC і B_1C_1 паралельні.

96. На рисунку 244 $KP = FP$, $\angle MFK = \angle EFK$, $FK \perp ME$.

Доведіть, що прямі AB і CD паралельні.

Властивості паралельних прямих

97. Знайдіть усі кути, утворені при перетині двох паралельних прямих січною, якщо один із цих кутів дорівнює 138° .

98. На рисунку 245 знайдіть градусну міру кута x .

99. Один з односторонніх кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих січною, у 5 разів менший від другого. Знайдіть ці кути.

100. На рисунку 246 прямі AB і CD паралельні. Доведіть, що бісектриси кутів APM і DKN паралельні.

101. На бісектрисі кута ABC позначили точку P і через неї провели пряму, паралельну стороні BC . Ця пряма перетинає сторону BA в точці N . Знайдіть кути BPN і BNP , якщо $\angle ABC = 120^\circ$.

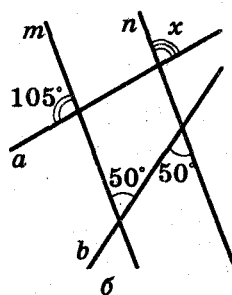
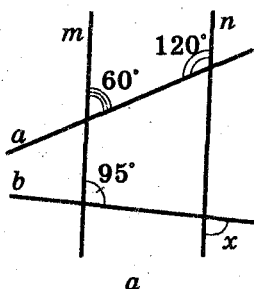


Рис. 245

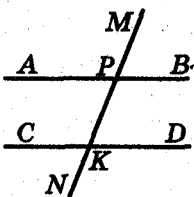


Рис. 246

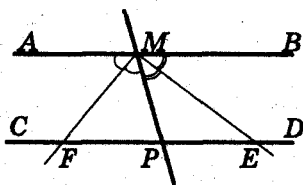


Рис. 247

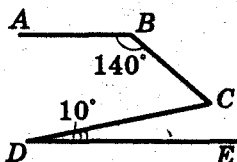


Рис. 248

102. На рисунку 247 бісектриси кутів AMP і BMP перетинають пряму CD у точках F і E . Доведіть, що коли $MP = PE$, то $FP = PE$.

103. На рисунку 248 $AB \parallel DE$. Знайдіть кут BCD , якщо $\angle ABC = 140^\circ$, $\angle CDE = 10^\circ$.

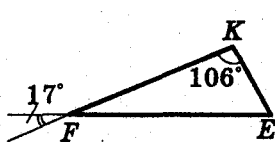
Сума кутів трикутника

104. Знайдіть кут трикутника, якщо два інші його кути дорівнюють 4° і 7° .

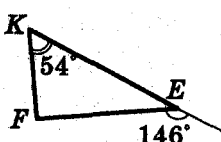
105. Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 67° . Знайдіть кут при вершині цього трикутника.

106. Знайдіть на рисунку 249 невідомі кути трикутника FKE .

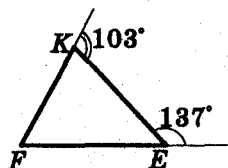
107. Знайдіть на рисунку 250 невідомі кути рівнобедреного трикутника FKE ($FK = KE$).



a

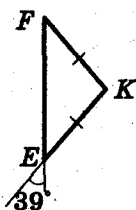


б

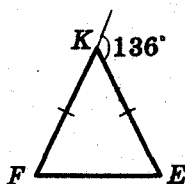


в

Рис. 249



a



б

Рис. 250

108. Знайдіть кути трикутника MFK , якщо $\angle M + \angle K = 130^\circ$,
 $\angle K + \angle F = 170^\circ$.
109. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо кут при вершині у 2 рази менший від кута при основі.
110. Знайдіть кути трикутника, якщо їхні градусні міри відносяться як 2 : 3 : 4.
111. Один із кутів трикутника дорівнює 104° . Чи може зовнішній кут трикутника, не суміжний з ним, дорівнювати:
1) 105° ; 2) 103° ?
112. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 73° , а один із кутів трикутника, не суміжний з ним, — 27° . Знайдіть другий кут трикутника, не суміжний з даним зовнішнім.
113. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 98° . Знайдіть кути трикутника, не суміжні з ним, якщо один із них у 13 разів менший від другого.
114. Два зовнішніх кути трикутника дорівнюють 151° і 143° . Знайдіть третій зовнішній кут трикутника.
115. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо один з них у 2 рази більший за другий. Скільки розв'язків має задача?
116. Бісектриси кутів M і P трикутника MPK перетинаються в точці O . Знайдіть кут MKP , якщо $\angle MOP = 145^\circ$.
117. Один із кутів, утворених при перетині бісектрис двох кутів рівнобедреного трикутника, дорівнює 140° . Знайдіть кути трикутника. Скільки розв'язків має задача?
118. У трикутнику ABC проведено висоту AH і бісектрису AM . Знайдіть кут HAM , якщо $\angle BAC = 28^\circ$, $\angle ABC = 76^\circ$.
119. Один із кутів трикутника дорівнює 130° . Висота й бісектриса, проведені з вершини цього кута, утворюють кут, який дорівнює 50° . Знайдіть невідомі кути трикутника.
120. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведено бісектрису BD . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle ADB = 110^\circ$.

121. Висота CH і бісектриса AM прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) перетинаються в точці O . Знайдіть гострі кути трикутника ABC , якщо $\angle AOH = 77^\circ$.
122. Чи існує трикутник зі сторонами: 1) 8 см, 11 см, 19 см; 2) 9 см, 17 см, 27 см? Відповідь обґрунтуйте.
123. Знайдіть сторону AB рівнобедреного трикутника ABC , якщо $AC = 6$ см, $BC = 12$ см.
124. Порівняйте кути трикутника MKF , якщо $MK > KF$ і $MK = MF$.
125. Порівняйте сторони трикутника MKE , якщо $\angle M < \angle K$ і $\angle E = \angle M$.
126. Чи існує трикутник MPK , у якому $\angle M = 75^\circ$, $\angle K = 61^\circ$, $PK = 28$ см, $MP = 30$ см?
127. Чи існує трикутник MNT , у якому $\angle N = 98^\circ$, $MN = 12$ см, $MT = 10$ см?
128. Чи може найменша сторона трикутника лежати проти кута 69° ?
129. У трикутнику PKE відомо, що $PK = 1,4$ см, $PE = 2,5$ см. Знайдіть третю сторону цього трикутника, якщо її довжина, виражена в сантиметрах, дорівнює цілому числу. Скільки розв'язків має задача?

Прямокутний трикутник

130. Один із гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 54° . Знайдіть другий гострий кут.
131. На рисунку 251 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle CDB$. Доведіть, що $AC = BD$.
132. На рисунку 252 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $BO = CO$. Знайдіть відрізок OD , якщо $AO = 12$ см.

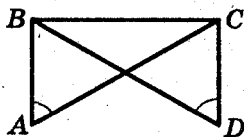


Рис. 251

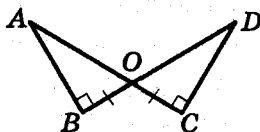


Рис. 252

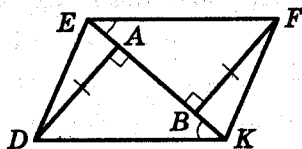


Рис. 253

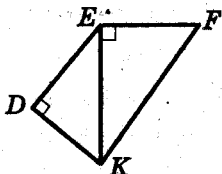


Рис. 254

133. Із точки M , яка належить куту ABC , проведено перпендикуляри ME і MD до його сторін. Знайдіть кут DMB , якщо $\angle EMB = 52^\circ$ і $BD = BE$.
134. На рисунку 253 $DA \perp EK$, $FB \perp EK$, $DA = FB$, $\angle FEK = \angle DKE$. Доведіть, що $DE = FK$.
135. У трикутнику ABC провели медіану AM . Із точок B і C на пряму AM опустили перпендикуляри BK і CN . Доведіть, що $KM = NM$.
136. Прямокутні трикутники NKF ($\angle N = 90^\circ$) і NKS ($\angle K = 90^\circ$) мають спільний катет NK , а точки F і S лежать у різних півплощинах відносно прямої NK . Доведіть, що коли $KF = NS$, то прямі KF і NS паралельні.
137. Доведіть рівність прямокутних трикутників за висотою, проведеною з вершини прямого кута, і одним з відрізків, на які ця висота ділить гіпотенузу.
138. У гострокутних трикутниках DEF і $D_1E_1F_1$ провели висоти DK і D_1K_1 . Доведіть, що коли $DF = D_1F_1$, $DK = D_1K_1$, $EK = E_1K_1$, то $\triangle DEF = \triangle D_1E_1F_1$.

Властивості прямокутного трикутника

139. Сторони прямокутного трикутника дорівнюють 7 см, 24 см і 25 см. Укажіть довжини катетів і гіпотенузи цього трикутника.
140. Сторони прямокутного трикутника й висота, проведена до гіпотенузи, дорівнюють 12 см, 15 см, 20 см і 25 см. Укажіть довжини катетів цього трикутника, гіпотенузи та висоти, проведеної до гіпотенузи.
141. На рисунку 254 $\angle FEK = 90^\circ$, $\angle EDK = 90^\circ$. Доведіть, що $FK > DE$.

142. Из точки C до прямої AB проведено похилі CA і CB та перпендикуляр CD так, що точка D лежить між точками A і B , а кут CBD дорівнює 59° . Порівняйте відрізки AC і BD .
143. У прямокутному трикутнику MDS катет DS дорівнює 28 см, $\angle D = 60^\circ$. Знайдіть гіпотенузу DM .
144. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$. На катеті BC позначили точку D так, що $\angle BDA = 120^\circ$. Знайдіть катет BC , якщо $AD = 12$ см.
145. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели висоту CD . Знайдіть кут BCD , якщо $AB = 10$ см, $BC = 5$ см.
146. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели висоту CM . Знайдіть гіпотенузу AB , якщо $AC = 12$ см, $AM = 6$ см.
147. На рисунку 255 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle AEC = 90^\circ$. Знайдіть кут CAE , якщо $AB = 20$ см, $CE = 5$ см.
148. У трикутнику DEF відомо, що $\angle D = 90^\circ$, $\angle F = 30^\circ$. Бісектриса кута E перетинає катет DF у точці P . Знайдіть відрізок FP , якщо $EP + PD = 12$ см.

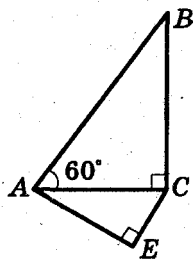


Рис. 255

Геометричне місце точок. Коло та круг

149. Які з точок на рисунку 256 належать колу із центром O ; колу із центром O ?
150. Знайдіть радіус кола, якщо його діаметр дорівнює: 1) 18 см; 2) b см.
151. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 3 см. Проведіть у цьому колі радіус, діаметр і хорду, яка не є діаметром.

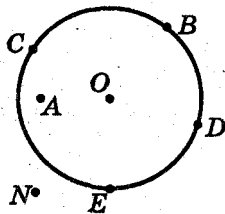


Рис. 256

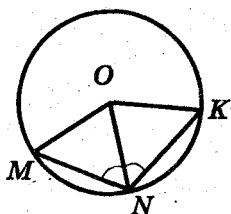


Рис. 257

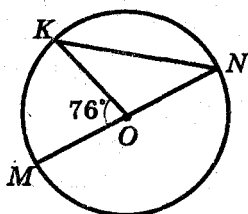


Рис. 258

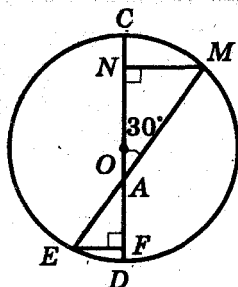


Рис. 259

152. У колі проведено радіуси OM , ON і OK (рис. 257). Знайдіть кут MON , якщо $\angle ONM = \angle ONK$ і $\angle KON = 62^\circ$.
153. На рисунку 258 точка O — центр кола, $\angle KOM = 76^\circ$. Знайдіть кут KNM .
154. У колі із центром O проведено діаметр DF і хорду FE . Знайдіть кут FDE , якщо $\angle FEO = 23^\circ$.
155. На рисунку 259 хорда ME перетинає діаметр CD у точці A , $\angle MNA = \angle EFA = 90^\circ$, $\angle MAN = 30^\circ$, сума довжин відрізків MN і EF дорівнює 16 см. Знайдіть хорду EM .
156. Дано відрізок MN завдовжки 3 см. Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок M і N та знаходяться на відстані 3 см від прямої MN .
157. На одній зі сторін тупого кута позначено точки M і N . Знайдіть ГМТ, які рівновіддалені від точок M і N та знаходяться на відстані 3 см від прямої, яка містить другу сторону кута.
158. Знайдіть ГМТ, відстань від яких до центра даного кола в 3 рази більша за його радіус.
159. Прямі a і b перетинаються. Знайдіть ГМТ, які знаходяться на відстані 4 см від прямої a та на відстані 1 см від прямої b .
160. Дано точки P і D . Знайдіть ГМТ вершин F трикутників PDF таких, що медіана FB дорівнює 3,5 см.

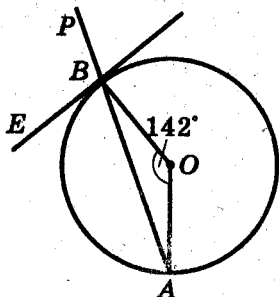


Рис. 260

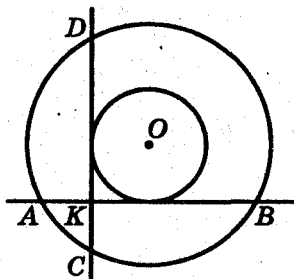


Рис. 261

161. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 2,5 см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих дорівнює 4 см.
162. Дано дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 4 см. Знайдіть ГМТ, сума відстаней від яких до цих прямих менша від 6 см.

Деякі властивості кола. Дотична до кола

163. Пряма дотикається до кола з центром O у точці D . На дотичній по різні сторони від точки D позначили точки E і F такі, що $\angle OED = \angle OFD$. Знайдіть кут FOD , якщо $\angle EOD = 54^\circ$.
164. На рисунку 260 пряма BE дотикається до кола з центром O у точці B . Знайдіть $\angle PBE$, якщо $\angle AOB = 142^\circ$.
165. На рисунку 261 два кола мають спільний центр O . До меншого з них провели перпендикулярні дотичні AB і CD , які перетинаються у точці K . Знайдіть радіус меншого кола, якщо $CD = 12$ см, $CK = 2$ см.
166. На рисунку 262 два кола мають спільний центр O . Через точку M більшого кола проведено дотичні MB і MC до меншого кола, K — точка дотику. Знайдіть відрізок MK , якщо радіус більшого кола дорівнює 12 см, а $\angle BMC = 120^\circ$.

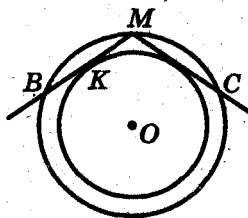
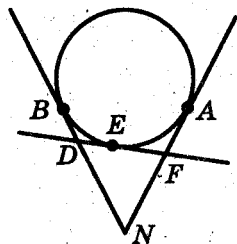


Рис. 262

167. На рисунку 263 прями NA , NB і DF дотикаються до кола в точках A , B і E відповідно. Знайдіть периметр трикутника NDF , якщо $NB = 8$ см.



Описане та вписане кола трикутника

Рис. 263

168. Точка перетину висот DK і FH трикутника DEF є центром вписаного в нього кола. Доведіть, що трикутник DEF рівносторонній.
169. Із точки O , яка належить бісектрисі BM трикутника ABC , проведено перпендикуляри OK і OF відповідно до сторін AB і AC . Доведіть, що коли $\angle AOK = \angle AOF$, то точка O — центр кола, вписаного в трикутник ABC .
170. Знайдіть радіус кола, вписаного в рівносторонній трикутник, якщо радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює 16 см.
171. Бічна сторона рівнобедреного трикутника ділиться точкою дотику вписаного кола у відношенні 3 : 8, рахуючи від вершини кута при основі трикутника. Знайдіть основу трикутника, якщо його периметр дорівнює 56 см.
172. У прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки 4 см і 21 см. Знайдіть радіус кола, якщо периметр трикутника дорівнює 56 см.
173. До кола, вписаного в рівнобедрений трикутник ABC , проведено дотичну, яка перетинає бічні сторони AC і BC у точках E і F відповідно. Знайдіть основу трикутника ABC , якщо периметр трикутника CEF дорівнює 16 см і $AC = BC = 12$ см.
174. Коло, вписане в трикутник ABC , дотикається до сторони BC у точці M . Знайдіть сторону AC , якщо $BM = 5$ см, а периметр трикутника ABC дорівнює 24 см.

Задачі на побудову

175. Перерисуйте в зошит рисунок 264.

Побудуйте коло, яке проходить через точки K , L і P .

176. Побудуйте дотичну до даного кола, яка утворює з даною прямою кут 45° . Скільки розв'язків має задача?

177. Побудуйте рівнобедрений трикутник за бісектрисою трикутника, проведеною з вершини кута при основі, та кутом, який ця бісектриса утворює з бічною стороною.

178. Побудуйте рівнобедрений трикутник за висотою, проведеною до основи, і кутом при основі.

179. Побудуйте рівнобедрений прямокутний трикутник за перпендикуляром, проведеним із середини катета до гіпотенузи.

180. Побудуйте рівносторонній трикутник за перпендикуляром, проведеним із середини однієї зі сторін до його висоти.

181. Побудуйте трикутник ABC за його бісектрисою BK , відрізком CK і кутом BKC .

182. Дано коло радіуса 2 см і точку C , яка йому належить. Побудуйте точку, віддалену від точки C на 1,5 см, а від центра кола — на 3 см. Скільки розв'язків має задача?

183. Дано трикутник DEF . Побудуйте точку, рівновіддалену від точок D і E , яка знаходиться на відстані 3 см від точки F . Скільки розв'язків може мати задача?

184. Пряма b перетинає сторони кута KPD . Побудуйте точку, яка належить куту, рівновіддалена від його сторін і знаходиться на відстані 3 см від прямої a . Скільки розв'язків може мати задача?

185. Побудуйте прямокутний трикутник за сумою катетів і гострим кутом.

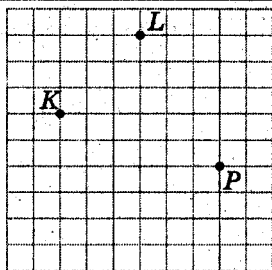


Рис. 264

КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ

Варіант 1

Контрольна робота № 1

Тема. Найпростіші геометричні фігури та їхні властивості

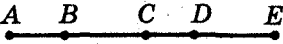
- 1.° Промінь OD проходить між сторонами кута AOB . Знайдіть величину кута DOB , якщо $\angle AOB = 87^\circ$, $\angle AOD = 38^\circ$.
 - 2.° Один із кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 63° . Знайдіть градусні міри решти кутів.
 - 3.° Один із суміжних кутів на 52° більший за другий. Знайдіть ці кути.
 - 4.° На рисунку 265 $AB = CD$, $AC = CE$. Доведіть, що $BC = DE$.
- 

Рис. 265
- 5.° Кути ABC і CBD — суміжні, промінь BM — бісектриса кута ABC , кут ABM у 2 рази більший за кут CBD . Знайдіть кути ABC і CBD .
 - 6.° Точки A , B і C лежать на одній прямій, $AB = 15$ см, відрізок AC у 4 рази більший за відрізок BC . Знайдіть відрізок AC .

Контрольна робота № 2

Тема. Трикутники

- 1.° Доведіть рівність трикутників MBF і DBF (рис. 266), якщо $\angle MBF = \angle DBF$, $\angle MFB = \angle DFB$.
- 2.° Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 84 см, а бічна сторона на 18 см більша за основу.

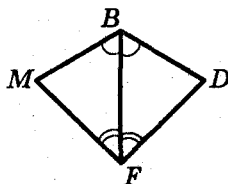


Рис. 266

3.° На рисунку 267 $DP = PE$, $DK = KE$.

Доведіть рівність кутів KDM і KEM .

4.° На бічних сторонах AB і BC рівнобедреного трикутника ABC позначили відповідно точки E і F так, що $AE = CF$.

Доведіть, що $\angle ACE = \angle CAF$.

5.°° Серединний перпендикуляр сторони AB трикутника ABC перетинає його сторону AC у точці D .

Знайдіть периметр трикутника BDC , якщо $AC = 8$ см, $BC = 6$ см.

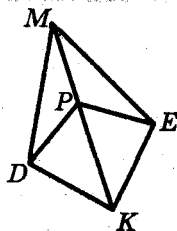


Рис. 267

Контрольна робота № 3

Тема. Паралельні прямі. Сума кутів трикутника

1.° Кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює 56° . Знайдіть кути при основі цього трикутника.

2.° Знайдіть градусну міру кута CMK (рис. 268).

3.° Чому дорівнює градусна міра кута A , зображеного на рисунку 269?

4.° У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. На катеті BC позначили точку D так, що $\angle ADC = 60^\circ$. Знайдіть катет BC , якщо $CD = 5$ см.

5.°° Відомо, що $AB \parallel CD$, $AM = CK$, $\angle AMB = \angle CKD$ (рис. 270). Доведіть, що $BC \parallel AD$.

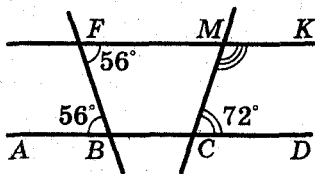


Рис. 268

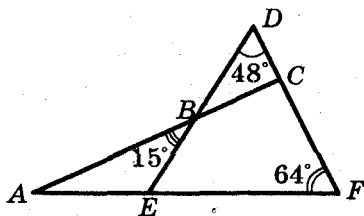


Рис. 269

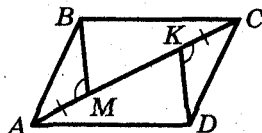


Рис. 270

Контрольна робота № 4

Тема. Коло і круг. Геометричні побудови

- 1.° На рисунку 271 точка O — центр кола, $\angle AOC = 50^\circ$. Знайдіть кут BCO .
- 2.° До кола із центром O провели дотичну AB (B — точка дотику). Знайдіть радіус кола, якщо $AB = 8$ см і $\angle AOB = 45^\circ$.
- 3.° Через кінці діаметра AB кола із центром O проведено паралельні хорди BC і AD (рис. 272). Доведіть, що $AD = BC$.
- 4.° Побудуйте рівнобедрений трикутник за медіаною, проведеною до основи, і кутом між цією медіаною та бічною стороною трикутника.
- 5.** На даному колі побудуйте точку, яка знаходиться на даній відстані від даної прямої. Скільки розв'язків може мати задача?

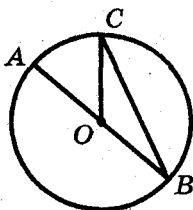


Рис. 271

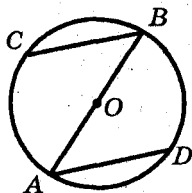


Рис. 272

Контрольна робота № 5

Тема. Узагальнення і систематизація знань учнів

- 1.° У трикутнику MPK відомо, що $\angle M = 64^\circ$, $\angle P = 46^\circ$.
Укажіть правильну нерівність:
1) $MK > PK$; 2) $PK > PM$; 3) $MK > PM$; 4) $PM > MK$.
- 2.° Доведіть, що трикутник ABC рівнобедрений (рис. 273), якщо $AD = EC$ і $\angle BDE = \angle BED$.
- 3.° У трикутнику DEF відомо, що $\angle EDF = 68^\circ$, $\angle DEF = 44^\circ$. Бісектриса кута EDF перетинає сторону EF у точці K . Знайдіть кут DKF .
- 4.° Бічна сторона рівнобедреного трикутника ділиться точкою дотику вписаного кола у відношенні 3:2, рахуючи від вершини кута при основі трикутника. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 64 см.
- 5.** Відрізок BM — медіана рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$). На стороні AB позначили точку K так, що $KM \parallel BC$. Доведіть, що $BK = KM$.

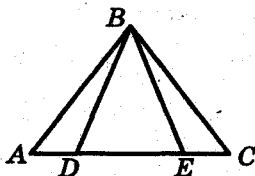


Рис. 273

Варіант 2

Контрольна робота № 1

Тема. Найпростіші геометричні фігури
та їхні властивості

- Точка M належить відрізку AB . Знайдіть довжину відрізка MB , якщо $AB = 12,3$ см, $AM = 7,4$ см.
- Один із кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює, дорівнює 124° . Знайдіть градусні міри решти кутів.
- Один із суміжних кутів на 28° менший від другого. Знайдіть ці кути.
- На рисунку 274 $\angle AOB = \angle COD$, $\angle AOC = \angle COE$. Доведіть, що $\angle BOC = \angle DOE$.
- Кути DEF і MEF — суміжні, промінь EK — бісектриса кута DEF , кут KEF у 4 рази менший від кута MEF . Знайдіть кути DEF і MEF .
- Точки M , K і P лежать на одній прямій, $MP = 24$ см, відрізок KP у 5 разів менший від відрізка MK . Знайдіть відрізок MK .

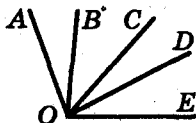


Рис. 274

Контрольна робота № 2

Тема. Трикутники

- Доведіть рівність трикутників ABD і CBD (рис. 275), якщо $\angle ABD = \angle CDB$ і $AB = CD$.
- Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 76 см, а основа на 14 см менша від бічної сторони.

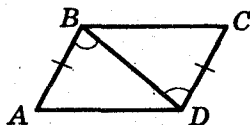


Рис. 275

3.° На рисунку 276 $\angle ABE = \angle CBE$, $\angle AEB = \angle CEB$. Доведіть рівність відрізків AD і CD .

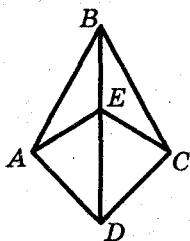


Рис. 276

4.° На бічних сторонах AB і BC рівнобедреного трикутника ABC позначили відповідно точки M і K так, що $\angle BAK = \angle BCM$. Доведіть, що $BM = CK$.

5.°° Серединний перпендикуляр сторони AC трикутника ABC перетинає його сторону AB у точці K . Знайдіть сторону AB трикутника ABC , якщо $BC = 7$ см, а периметр трикутника BKC дорівнює 23 см.

Контрольна робота № 3

Тема. Паралельні прямі. Сума кутів трикутника

1.° Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 57° . Знайдіть кут при вершині цього трикутника.

2.° Знайдіть градусну міру кута DCE (рис. 277).

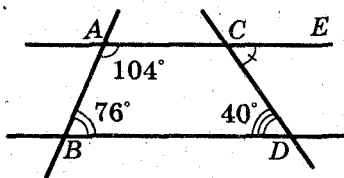


Рис. 277

3.° Чому дорівнює градусна міра кута F , зображеного на рисунку 278?

4.° У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, відрізок BM — бісектриса трикутника. Знайдіть катет AC , якщо $BM = 6$ см.

5.°° Відомо, що $BC \parallel AD$, $BF = DE$, $\angle AED = \angle CFB$ (рис. 279). Доведіть, що $AB \parallel CD$.

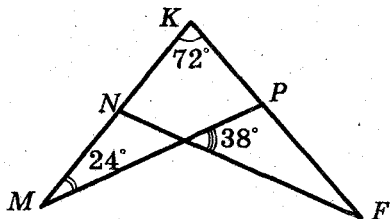


Рис. 278

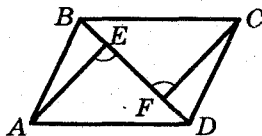


Рис. 279

Контрольна робота № 4

Тема. Коло і круг. Геометричні побудови

- 1.° На рисунку 280 точка O — центр кола, $\angle ABO = 40^\circ$. Знайдіть кут BOC .
- 2.° До кола із центром O провели дотичну CD (D — точка дотику). Знайдіть радіус кола, якщо $CO = 16$ см і $\angle COD = 60^\circ$.
- 3.° У колі із центром O провели діаметри MN і PK (рис. 281). Доведіть, що $MK \parallel PN$.
- 4.° Побудуйте рівнобедрений трикутник за бічною стороною та бісектрисою, проведеною до основи.
- 5.** На даному колі побудуйте точку, рівновіддалену від двох прямих, що перетинаються. Скільки розв'язків може мати задача?

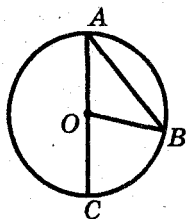


Рис. 280

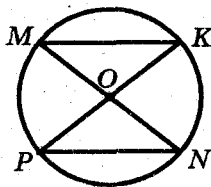


Рис. 281

Контрольна робота № 5

Тема. Узагальнення і систематизація знань учнів

1. У трикутнику DEF відомо, що $\angle D = 52^\circ$, $\angle E = 112^\circ$.

Укажіть правильну нерівність:

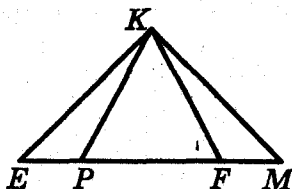
1) $DF < DE$; 2) $DF < EF$; 3) $EF < DE$; 4) $DE < EF$.2. Доведіть, що трикутник KPF рівнобедрений (рис. 282), якщо $KM = KE$ і $\angle MKF = \angle EKP$.

Рис. 282

3. У трикутнику ABC відомо, що $\angle BAC = 56^\circ$. Бісектриса кута BAC перетинає сторону BC у точці D , $\angle ADC = 104^\circ$. Знайдіть кут ABC .4. Бічна сторона рівнобедреного трикутника ділиться точкою дотику вписаного кола у відношенні $5 : 8$, рахуючи від вершини кута при основі трикутника. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 72 см.5. Відрізок AK — бісектриса трикутника ABC . На стороні AB позначили точку M так, що $AM = MK$. Доведіть, що $MK \parallel AC$.